

## **Soluzioni e commenti ai problemi della seconda tappa**

*(Scriviamo in corsivo i nostri commenti per separarli dalle proposte di soluzioni)*

### **Le strade che mancano**

#### **Classe prima**

*Le preoccupazioni che avevamo sulla eccessiva lunghezza del testo si sono rivelate a loro volta eccessive: le risposte corrette sono state davvero molte. In effetti tracciare la strada da Dalandzadagad a Ondorkhaan è sembrato facile a molti gruppi che in questo modo hanno presentato la soluzione più naturale.*

Non è possibile partire da Ulaan Baatar e tornarci passando da tutte le altre città senza percorrere due volte lo stesso tratto di strada. Infatti, partendo da Ulaan Baatar e andando a Dalandzadagad, non è possibile tornare indietro, perché le due città sono collegate da un unico tratto di strada che può essere percorso una volta sola, e analogamente non è possibile tornare a Ulaan Baatar partendo da Ondorkhaan.

Per riuscire a fare quanto richiesto, è sufficiente un nuovo tratto strada da Dalandzadagad a Ondorkhaan.

#### **Classe seconda**

Non è possibile partire da Ulaan Baatar e tornarci passando da tutte le altre città senza percorrere due volte lo stesso tratto di strada. Infatti ogni città è collegata a Ulaan Baatar con un unico tratto di strada che può essere percorso una volta sola.

Per riuscire a fare quanto richiesto, servono almeno due tratti nuovi di strada. La soluzione più naturale è costituita dalle tratte Moron – Altai e Dalandzadagad – Ondorkhaan, per la disposizione geografica delle città. Ma è anche possibile costruire i tratti Moron – Ondorkhaan e Altai - Dalandzadagad (*ma forse è antieconomico?*). In ogni caso, per partire ed arrivare in uno stesso vertice (città, in questo caso) di un grafo (la nostra rete stradale) dobbiamo avere tante vie per uscire quante vie per entrare.

Qualche gruppo ha risposto proponendo di costruire le tre tratte Moron - Altai, Altai - Dalandzadagad, Dalandzadagad – Ondorkhaan e di tornare a Ulaan Baatar percorrendo solo l'anello esterno senza usare i tratti di strada Altai – Ulaan Baatar e Dalandzadagad – Ulaan Baatar già costruite. Anche questa è una possibilità e va accettata.

*Perché tutti noi invece abbiamo dato per buono che i pezzi di strada già disegnati andassero usati? Perché lavoriamo a testa bassa senza un minimo di leggerezza oppure perché avevamo in mente un problema di teoria dei grafi e cercavamo una sua contestualizzazione? Ma questa vive di vita propria e quindi porta con sé altre informazioni, altre suggestioni! Bisogna ricordarselo!*

#### **Classe terza**

Non è possibile partire da Ulaan Baatar e tornarci passando con il treno da tutte le altre città senza percorrere due volte lo stesso tratto. Infatti, ogni città è collegata a Ulaan Baatar con un unico tratto di strada che può essere percorso una volta sola.

*Rispetto alle classi precedenti qui abbiamo cercato di indurre gli allievi a raccontare il “perché” delle loro affermazioni. Nessuno in realtà si aspettava a questo livello scolastico giustificazioni pulite sia nelle motivazioni addotte che nella maniera di esporle; tuttavia motivare una scelta o una affermazione è una cosa che si impara a fare provando e riprovando e quindi stimolare i nostri allievi a fare spesso tentativi in questa direzione ci sembra l'unica maniera per avere – nel lungo periodo, con i tempi caratteristici di ognuno – un buon risultato.*

Per partire e ritornare a Ulaan Baatar come richiesto, servono almeno due tratti nuovi di strada. La soluzione più naturale è Moron - Altai e Dalandzadagad - Ondorkhaan, per la disposizione geografica delle città, ma è anche possibile costruire i tratti Moron - Ondorkhaan e Altai - Dalandzadagad (*ma forse è antieconomico?*). In ogni caso, per partire ed arrivare in uno stesso

vertice (città, in questo caso) di un grafo (la nostra rete di strade) dobbiamo avere tante vie per uscire quante vie per entrare.

Infine, tenendo conto dei due tratti nuovi di strada costruiti per rispondere al quesito due, non è necessario costruire altri tratti per andare da Altai a Dalandzadagad passando dalle altre città con i vincoli richiesti. Il percorso infatti potrà essere Altai - Moron - Ulaan Baatar - Ondorkhaan - Dalandzadagad. Alternativamente, rispetto alla situazione della cartina iniziale si può costruire un nuovo tratto da Moron a Ondorkhaan (che passa a Nord di Ulaan Baatar, oppure a Sud di Altai e Dalandzadagad) e il percorso in questo caso sarà Altai - Ulaan Baatar - Moron - Ondorkhaan - Dalandzadagad.

Alcuni gruppi non hanno tenuto conto dei tratti di strada costruiti per rispondere al quesito precedente e hanno proposto semplicemente di costruirli di nuovo.

### **Classe quarta**

Non è possibile partire da Ulaan Baatar e tornarci passando con il treno da tutte le altre città senza percorrere due volte lo stesso tratto. Infatti, ogni città è collegata a Ulaan Baatar con un unico tratto di strada che può essere percorso una volta sola.

*Rispetto alle classi precedenti qui abbiamo cercato di indurre gli allievi a raccontare il “perché” delle loro affermazioni. Nessuno in realtà si aspettava a questo livello scolastico giustificazioni pulite sia nelle motivazioni addotte che nella maniera di esporle; tuttavia motivare una scelta o una affermazione è una cosa che si impara a fare provando e riprovando e quindi stimolare i nostri allievi a fare spesso tentativi in questa direzione ci sembra l’unica maniera per avere – nel lungo periodo, con i tempi caratteristici di ognuno – un buon risultato.*

Per partire e ritornare a Ulaan Baatar come richiesto, servono almeno due tratti nuovi di strada. La soluzione più naturale è Moron - Altai e Dalandzadagad - Ondorkhaan, per la disposizione geografica delle città, ma è anche possibile costruire i tratti Moron - Ondorkhaan e Altai - Dalandzadagad (*ma forse è antieconomico?*). In ogni caso, per partire ed arrivare in uno stesso vertice (città, in questo caso) di un grafo (la nostra rete di strade) dobbiamo avere tante vie per uscire quante vie per entrare.

Infine, tenendo conto dei due tratti nuovi di strada costruiti per rispondere al quesito due, non è necessario costruire altri tratti per andare da Altai a Dalandzadagad passando dalle altre città con i vincoli richiesti. Il percorso infatti sarà Altai - Moron - Ulaan Baatar - Ondorkhaan - Dalandzadagad. Alternativamente, rispetto alla situazione della cartina iniziale si può costruire un nuovo tratto da Moron a Ondorkhaan (che passa a Nord di Ulaan Baatar oppure a Sud di Altai e Dalandzadagad) e il percorso in questo caso sarà Altai - Ulaan Baatar - Moron - Ondorkhaan - Dalandzadagad.

*L’invito ai nostri allievi a riflettere sul perché ci si debba “preoccupare di queste cose” anche se non si è direttamente interessati al problema intendeva offrire a noi docenti l’occasione per parlare di matematica in classe scoprendo aspettative e preoccupazioni dei ragazzi. Siamo convinti infatti che qualche volta sia importante discutere “da adulti”, in un certo senso “alla pari”, di quello che facciamo tutti i giorni e di quello che ci piacerebbe fare.*

### **Classe quinta (Mongolia)**

Non è possibile partire da Ulaan Baatar e tornarci passando da tutte le altre città senza percorrere due volte lo stesso tratto. Infatti, ogni città è collegata a Ulaan Baatar con un unico tratto di strada che può essere percorso una volta sola.

*Rispetto alle classi precedenti qui abbiamo cercato di indurre gli allievi a raccontare il “perché” delle loro affermazioni. Nessuno in realtà si aspettava a questo livello scolastico giustificazioni pulite sia nelle motivazioni addotte che nella maniera di esporle; tuttavia motivare una scelta o una affermazione è una cosa che si impara a fare provando e riprovando e quindi stimolare i nostri allievi a fare spesso tentativi in questa direzione ci sembra l’unica maniera per avere – nel lungo periodo, con i tempi caratteristici di ognuno – un buon risultato.*

Per partire e ritornare a Ulaan Baatar come richiesto, servono almeno due tratti nuovi di strada. La soluzione più naturale è Moron - Altai e Dalandzadagad - Ondorkhaan, per la disposizione geografica delle città, ma è anche possibile costruire anche i tratti Moron - Ondorkhaan e Altai-Dalandzadagad (*ma forse è antieconomico?*). In ogni caso, per partire ed arrivare in uno stesso vertice (città, in questo caso) di un grafo (la nostra rete di strade) dobbiamo avere tante vie per uscire quante vie per entrare.

Infine, tenendo conto dei due tratti nuovi di strada costruiti per rispondere al quesito due, non è necessario costruire altri tratti per andare da Altai a Dalandzadagad passando dalle altre città con i vincoli richiesti. Il percorso infatti sarà Altai- Moron - Ulaan Baatar - Ondorkhaan - Dalandzadagad. Alternativamente, rispetto alla situazione della cartina iniziale si può costruire un nuovo tratto da Moron a Ondorkhaan (che passa a Nord di Ulaan Baatar oppure a Sud di Altai e Dalandzadagad) e il percorso in questo caso sarà Altai- Ulaan Baatar -Moron - Ondorkhaan - Dalandzadagad.

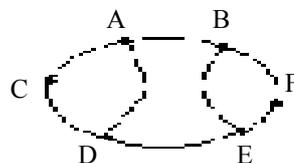
*L'invito ai nostri allievi a riflettere sul perchè ci si debba "preoccupare di queste cose" anche se non si è direttamente interessati al problema intendeva offrire a noi docenti l'occasione per parlare di matematica in classe scoprendo aspettative e preoccupazioni dei ragazzi. Siamo convinti infatti che qualche volta sia importante discutere "da adulti"; in un certo senso "alla pari", di quello che facciamo tutti i giorni e di quello che ci piacerebbe fare.*

Quanto all'ultimo quesito, sì, è possibile andare da A a B passando da C, D, E, F senza percorrere due volte lo stesso tratto. Una soluzione è A - C, C - D, D - F, F- E lungo uno dei due tratti, E - F lungo il tratto non percorso prima, F-B.

*L'osservazione che introduce quest'ultima domanda "se abbiamo capito bene come funziona, siamo capaci di valutare anche progetti di ferrovie", voleva suggerire che gli ostacoli che abbiamo superato ci possono insegnare qualche metodo per affrontare problemi analoghi.*

*Per passare da C, D, E, F senza essere costretti a fermarci, abbiamo bisogno che ci siano almeno due tratti che li attraversano (uno che entra e uno che esce), mentre questa richiesta è superflua per i punti A e B di partenza e di arrivo.*

*Se avessimo aggiunto alle altre anche la richiesta di andare da A a B percorrendo TUTTA la rete di strade, l'osservazione che abbiamo appena fatto sarebbe cambiata? Come? Avremmo trovato un criterio per distinguere la possibilità di percorrere la rete del gioco da quella di percorrere quella disegnata qui a fianco?*



*La prima in effetti può essere percorsa tutta rispondendo alle richieste che abbiamo fatto, mentre la seconda non può.*

*Quando proponiamo questi giochi nei laboratori "grafi e percorsi" o "osservare poliedri" che affiancano la mostra "Simmetria, giochi di specchi", nascono sempre fra i ragazzi discussioni molto utili per capire che cosa voglia dire per loro "si può", "non si può", "è impossibile" e quindi per imparare a guidarli verso le dimostrazioni.*