

III TAPPA –II MEDIA Commenti alle risposte

Come è già successo altre volte, siamo stupiti da come lavorate bene e quante belle idee avete per affrontare i nostri problemi. Questa volta davvero non era facile accorgersi che il problema dei rettangoli “nascondeva” un problema legato ai numeri e ai divisori, ma molti di voi se la sono cavata egregiamente.

Una cosa importante per tutti: dovete sempre cercare di MOTIVARE le vostre affermazioni; a volte questo in effetti è molto difficile, è più difficile che non intuire la risposta esatta, però è la sola cosa che dà davvero forza alla vostra risposta. Se vi limitate a scrivere che il tal numero deve essere il Massimo Comun Divisore ... perché mai chi legge dovrebbe credervi? Immaginate sempre di avere a che fare con qualcuno di molto diffidente, che però è anche molto disponibile ad ascoltarvi e a tener conto di tutte le vostre affermazioni: dovete convincerlo che avete ragione quando questo a ogni momento vi blocca per chiedervi “perché?” “perché?” ... proprio come un bambino piccino.

Questo vale sia per chi ha risposto correttamente, sia per chi ha sbagliato: alcuni di voi sono arrivati a regole davvero strane (ad esempio il gruppo “CAGEF” della classe 27-324 propone addirittura di usare le radici quadrate! Forse perché le avete appena studiate?) ma non ci dicono assolutamente che ragionamento hanno fatto per arrivare a queste ipotesi. Ce lo spiegate la prossima volta?

Anche alcuni di quelli che sono arrivati alle risposte corrette non ci hanno spiegato per nulla come ci sono arrivati oppure hanno dato delle motivazioni che non ci hanno convinto. Per esempio il gruppo “witch” della classe 37-125 arriva alla risposta corretta (4) per il rettangolo 1000×244 ma ... ci arriva per caso. Infatti partono dall’osservazione che “il 6 nel 14 ci sta 2 volte (con il resto di qualcosa) e il 4 nel 7 ci sta 1 volta (con il resto di qualcosa)”; la costruzione dà il numero 2 per il rettangolo 6×14 e dà il numero 1 per il rettangolo 4×7 ; e allora i witch illazionano che la costruzione dia sempre il quoziente fra i due numeri, e quindi 4 nel caso di 1000 e 244 (dato che $1000 = 244 \times 4 + 24$). Ma non vi sembra un po’ azzardato illazionare una regola a partire da soli due casi? Qui, in effetti, c’entravano le divisioni, ma quello che importa è proprio il resto della divisione e non il quoziente, che non ha alcuna importanza in questo problema!

Adesso vi raccontiamo una vecchia storiella (che forse qualcuno di voi conosce già): c’è un agente segreto che deve penetrare in un posto dove si può entrare solo facendosi riconoscere con una parola d’ordine; si apposta allora fuori dalla casa registrando come rispondono le varie persone che entrano. Si avvicina il primo, dal posto di guardia gli dicono “sei”, lui risponde “tre”, lo fanno entrare. Si avvicina il secondo, dal posto di guardia gli dicono “otto”, lui risponde “quattro”, lo fanno entrare. Si avvicina il terzo, dal posto di guardia gli dicono “dieci”, lui risponde “cinque”, lo fanno entrare. Si avvicina il quarto, dal posto di guardia gli dicono “dodici”, lui risponde “sei”, lo fanno entrare. A questo punto l’agente segreto è sicuro di aver capito il meccanismo delle parole d’ordine e si avvicina, dal posto di guardia gli dicono “quattordici”, lui risponde “sette” e ... finisce male perché la risposta corretta era “undici”. Il meccanismo delle parole d’ordine consisteva infatti nel rispondere a ogni numero con il numero di lettere che ha quel numero nella lingua italiana; e si trattava solo di un caso il fatto che per alcuni numeri questo corrisponde proprio alla metà del numero in questione.

Questo per dire che non basta aver constatato, su due o anche su venti casi, che il procedimento descritto porta al massimo comun divisore per poter affermare che quel procedimento dà, sempre, il massimo comun divisore. Per poterlo affermare abbiamo bisogno di capire come mai, cosa c’entra disegnare tutti quei quadrati con trovare i divisori.

Sono sulla buona strada il gruppo “the best of maths” della classe 33-120, e anche il gruppo “deneb del cigno” della classe 62-208, e anche “le incredibili” della classe 119-33, così come anche i “dark angels” della stessa classe; questi ultimi ad esempio ci scrivono “bisogna dividere il lato maggiore per il lato minore. Si divide poi il lato minore per il resto della divisione. Si continua a eseguire

questa operazione fin quando si ottiene un risultato senza resto. Il risultato finale è il divisore dell'operazione senza resto". Davvero bravi! Vi manca solo un piccolo passo per arrivare a generalizzare e a capire completamente quello che succede, e cioè il fatto che la successione di operazioni che descrivete vi porta proprio al MCD.

Alcuni di voi, come ad esempio il gruppo "articolo" della classe 26-69, hanno descritto correttamente il procedimento, ma si sono un po' "impantanati" perché non hanno riconosciuto il fatto che fare tante sottrazioni "finché ci sta" equivale proprio a fare una divisione. Ad esempio, per l'ultimo quesito, hanno fatto queste operazioni:

$$1000 - 244 = 756$$

$$756 - 244 = 512$$

$$512 - 244 = 268$$

$$268 - 244 = 24$$

... e poi altre 10 sottrazioni continuando a sottrarre 24 da 244.

Certamente è corretto, ma ... era molto più semplice cavarsela con solo due operazioni:

1000 diviso per 244 dà 4 con il resto di 24

244 diviso per 24 dà 10 con il resto di 4.

Anche "the blues brother" della classe 77-333 hanno avuto un'idea corretta ("si moltiplica il numero minore fino ad arrivare il più vicino possibile al numero maggiore, senza arrivarci, e poi si prende la differenza del numero maggiore e del numero ottenuto) ma poi non l'hanno portata avanti, forse perché non si sono accorti che la stessa cosa si poteva descrivere in modo più semplice dicendo che si prendeva il resto della divisione fra i due numeri.

Un'altra cosa importante è quella di leggere ogni volta accuratamente il testo del problema; per esempio il gruppo "RLTV" della classe 27-323 ci ha mandato un bel disegno con un rettangolo 9×17 diviso in tanti quadrati, ma... non era questo ciò che si chiedeva: i rettangoli non andavano divisi in quadrati in un modo qualsiasi, ma con un procedimento ben preciso (partire da un quadrato di lato il lato minore, poi...); altri hanno usato il procedimento corretto, ma poi hanno contato il numero dei quadrati in cui risultava "affettato" il rettangolo, invece di guardare il lato del quadrato più piccolo, come era chiesto: anche in questo caso, bastava rileggere il testo del problema per accorgersi che si stava rispondendo a un'altra domanda. E rileggere il testo poteva anche farvi evitare risposte prive di senso, come per esempio indicare numeri non interi (come il gruppo "Onnipotentis calculator" della classe 62-209, o gli "scottex" della classe 16-45): dal testo del problema avreste dovuto capire che la risposta era comunque un numero INTERO.

È facile leggere in modo disattento, ma è sempre molto pericoloso: a volte possono esserci dei problemi che sembrano tutti uguali, e quindi dopo aver letto una riga siamo tentati di sparare la risposta ... ma non è detto che sia la risposta alla domanda giusta!

Attenzione poi a non imbrogliarsi con le parole: il Massimo Comun Divisore è massimo, e non è minimo! Sappiamo che avete studiato anche il Minimo Comun Multiplo, e può essere facile confondersi: c'è però una maniera facile per ricordarsene e cioè basta pensare che non avrebbe proprio senso parlare di "minimo comun divisore" tra due numeri interi, perché tutti i numeri interi hanno fra i loro divisori il numero 1, e quindi questo sarebbe il "minimo comun divisore" di ogni coppia di numeri. Così come non avrebbe senso un "massimo comun multiplo": pensate per esempio a 2 e 3; il loro minimo comun multiplo è 6, ma anche 60 è multiplo di tutt'e due, e anche 600, e anche 6000, e anche ... e allora quale sarebbe il "massimo comun multiplo"?

Attenzione anche a come scrivete le cose. Ad esempio il gruppo "ci penso la vendetta" della classe 27-323 scrive " $1000:2 = 500:2 = 250:2 = 125$ ". Noi abbiamo immaginato che volessero scrivere:

“ $1000:2 = 500$; $500:2 = 250$; $250:2 = 125$ ”, ma quello che voi avete scritto non è una abbreviazione, è proprio un'altra cosa: c'è scritto lì che $500 = 125$, e crediamo che tutti siate d'accordo sul fatto che questa uguaglianza è falsa!

C'è un altro commento che volevamo farvi, sull'USO DEL DISEGNO; infatti il quesito che vi abbiamo proposto poteva essere affrontato su due piani: facendo i disegni dei rettangoli e applicando ogni volta la costruzione che vi avevamo descritto oppure cercando di capire “cosa c'era sotto” e “come funzionava”. È chiaro che questo secondo piano – se si riesce a portarlo fino in fondo – è più potente del primo, perché ci fa davvero capire le cose e ci permette di affrontare anche numeri grandi per i quali non avremmo la pazienza di fare il disegno. Però ... non va snobbato neanche il piano empirico dei tentativi: intanto perché ci può dare l'idea di che cosa succede quando non sappiamo da che parte prendere il problema (e quindi un'affettuosa ma doverosa predica per tutti quelli che non ci hanno nemmeno provato! È vero, risolvere completamente il problema era difficile, ma fare qualche tentativo per capire come andavano le cose, anche se non si arrivava alla fine, era una cosa che tutti potevate fare! Per dire “non ci riesco” bisogna prima averci provato!); e poi anche perché ci può dare un controllo sui nostri risultati: ad esempio se il gruppo “dada-umpa” della classe 19-51 avesse fatto qualche disegno, si sarebbe subito accorto che la loro ipotesi su come ricavare il numero n a partire dai due numeri a e b non era corretta! È vero però che il nostro obiettivo è quello di staccarci dai tentativi fatti con le figure per arrivare a una comprensione diversa: e per questo ci è piaciuto il commento del gruppo “Hondas” 2000 della classe 30-83, che ci dicono “abbiamo smesso di fare i disegni quando abbiamo capito cosa succedeva con le prime coppie di numeri”.

Infine, vi segnaliamo una bella scoperta a cui sono arrivati alcuni vostri compagni: siccome non riuscivano a disegnare sul foglio un rettangolo di lati 150 e 72, ma riuscivano invece a disegnarne uno di lati la metà (75 e 36), hanno disegnato quest'ultimo, hanno trovato che, con il procedimento descritto, si arrivava a un quadrato di lato 3, e hanno concluso che con i lati 150 e 72 si sarebbe arrivati a un quadrato di lato 6. Bravi! È proprio una bella idea! Avete scoperto una proprietà che è vera in generale: per trovare il MCD fra due numeri che sono entrambe multipli di uno stesso numero k (per esempio $k \times m$ e $k \times q$) basta moltiplicare per k il MCD fra i due numeri m e q .