TERZA MEDIA - II TAPPA

SOLUZIONI

1 In 24 modi. Nella tabella qui sotto puoi leggere, per colonna, le 24 diverse possibilità: ad esempio nella prima colonna Adalmanso riceve il territorio a Ovest, Benedetto quello a Sud-Ovest, Clemente quello a Sud e Demetrio quello a Est.

Ovest	A	B	B	A	C	C	A	B	B	A	C	C	A	B	B	A	C	C	D	D	D	D	D	D
Sud-Ovest	B	A	C	C	A	B	B	A	C	C	A	B	D	D	D	D	D	D	A	B	B	A	C	C
Sud	C	C	A	B	B	A	D	D	D	D	D	D	B	A	C	C	A	B	B	A	C	C	A	B
Est	D	D	D	D	D	D	C	C	A	B	B	A	C	C	A	B	B	A	C	C	A	B	B	A

Per essere sicuri di non perderci qualche caso, abbiamo organizzato la tabella nel modo seguente: dapprima abbiamo immaginato che Demetrio prendesse il territorio a Est e abbiamo contato quante possibilità c'erano per dividere gli altri 3 territori fra gli altri 3 fratelli. Ci sono 6 possibilità, che trovate nelle prime 6 colonne (2 in cui Clemente ha il territorio a Sud, due in cui Clemente ha il territorio di Sud-Ovest e due in cui Clemente ha il territorio a Ovest).
Adesso contiamo i casi in cui Demetrio ha il territorio a Sud, ma anche qui troviamo 6 casi, esattamente come prima (li trovate nella seconda "sottotabella" messa in evidenza qui sopra). E abbiamo altri 6 casi in cui Demetrio ha il territorio di Sud-Ovest e altri 6 in cui ha quello a Ovest.

2 In 120 modi: in effetti Gioacchino può scegliere uno qualunque dei 5 territori di Nord, Ovest, Sud-Ovest, Sud, Est e, in corrispondenza di ciascuna di queste scelte, ci sono 24 maniere di distribuire gli altri 4 territori ai suoi 4 figli. In totale quindi ci sono $120 = 24\times5$ possibilità.

3 Non basterebbe un anno neanche se il cambiamento venisse fatto una volta al giorno!!!
Infatti il numero delle possibili diverse distribuzioni dei 10 cavalieri sui 10 territori è un numero MOLTO più grande di 365: ha addirittura 7 cifre!!!
Se ripensiamo al ragionamento fatto per la domanda precedente – dove abbiamo calcolato i $24 = 4\times6$ modi per distribuire 4 territori a 4 persone (a partire dal fatto che già sapevamo che 3 territori a 3 persone si potevano distribuire in 6 modi) – possiamo immaginare che per attribuire 5 cavalieri a 5 territori avremo 5×24 (= 120) possibilità; per attribuire 6 cavalieri a 6 territori avremo 6×120 (= 720) possibilità … e già questo è un numero più grande di 365 mentre noi ancora dovremmo:

- attribuire 7 cavalieri a 7 territori in $7\times6\times120$ modi diversi
- attribuire 8 cavalieri a 8 territori in $8\times7\times6\times120$ modi diversi
- attribuire 9 cavalieri a 9 territori in $9\times8\times7\times6\times120$ modi diversi
- attribuire 10 cavalieri a 10 territori in $10\times9\times8\times7\times6\times120$ modi diversi.

4 Prima di rispondere a questa domanda, riguardiamo la tabella della pagina precedente: questa si può leggere anche come la soluzione al nostro problema nel caso A = 4. La tabella si divide in 4 sottotabelle ciascuna delle quali ha una riga fatta tutta di D (una volta è la prima riga, una volta la seconda, e così via); ciascuna di queste sottotabelle si può leggere anche come la soluzione al nostro problema nel caso A = 3 (con D assegnato al territorio corrispondente alla riga in questione).

Se ora torniamo al problema di distribuire A cavalieri su A territori, possiamo mimare il procedimento suggerito dalla costruzione della tabella: il primo cavaliere può andare in uno qualsiasi degli A territori; a questo punto, però, il secondo può andare solo in uno fra i restanti (A-1) territori, perché non può occupare quello già occupato dal primo cavaliere. Il terzo avrà a sua disposizione (A-2) territori fra cui scegliere… ecc. In conclusione, le possibili diverse assegnazioni di A cavalieri su A territori sono date dal prodotto dei primi A numeri naturali; questo è un numero che diventa presto molto molto grande al crescere di A e che i matematici indicano con A! (che si legge “A fattoriale”).

Quindi:

$A! = 1 \times 2 \times 3 \times \ldots (A-2) \times (A-1) \times A$

Per esempio:

1!=1
2!=2
3!=6
4!=24
5!=120
6!=720
7!=5.040
8!=40.320
9!=362.880
10!=3.628.800
....