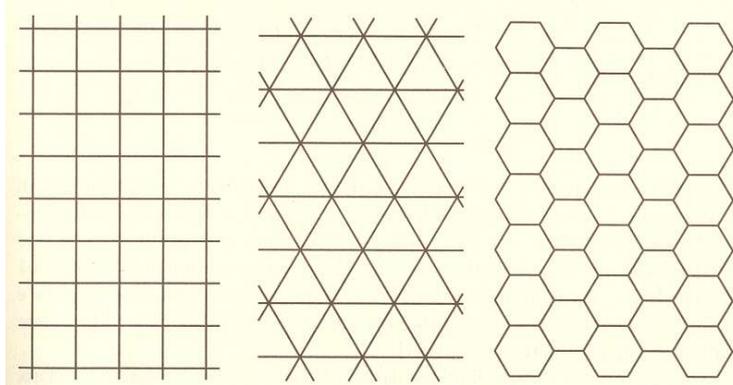


IV TAPPA - SOLUZIONI

1. Le altre due possibilità, oltre ai quadrati, sono i triangoli equilateri e gli esagoni regolari.



2. Non ci sono altre possibilità oltre a queste tre, perché, per poter pavimentare una stanza con le regole di Mastro Guglielmo e usando solo poligoni regolari di un certo tipo, abbiamo bisogno che l'angolo del poligono regolare che usiamo come mattonella sia un divisore intero dell'angolo giro; infatti, intorno a ogni vertice, abbiamo un certo numero di mattonelle tutte uguali e quindi l'angolo della mattonella, ripetuto quel numero di volte, deve coprire l'intero angolo giro.

$360^\circ : 3 = 120^\circ$ (ed è l'angolo dell'esagono regolare)

$360^\circ : 4 = 90^\circ$ (ed è l'angolo del quadrato)

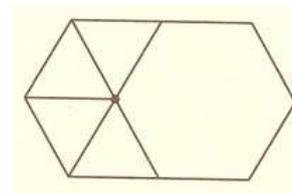
$360^\circ : 5 = 72^\circ$ (che non è l'angolo di alcun poligono regolare)

$360^\circ : 6 = 60^\circ$ (ed è l'angolo del triangolo equilatero).

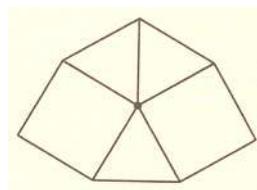
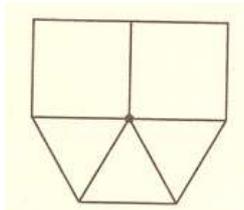
È inutile a questo punto proseguire perché tutti i poligoni regolari hanno angoli più grandi di 60° , mentre proseguendo troveremmo angoli sempre più piccoli.

3. Usando due tipi di poligoni regolari, sono possibili diverse combinazioni intorno a un vertice:

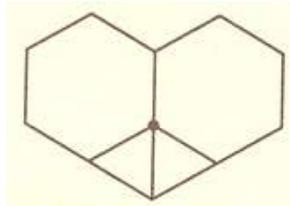
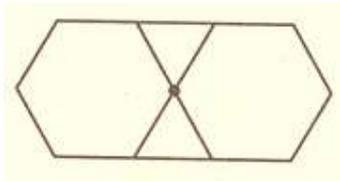
- quattro triangoli e un esagono ($4 \times 60 + 120 = 360$)



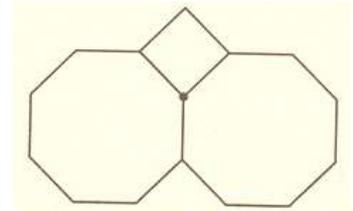
- tre triangoli e due quadrati ($3 \times 60 + 2 \times 90 = 360$)



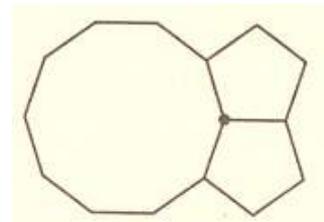
- due triangoli e due esagoni ($2 \times 60 + 2 \times 120 = 360$)



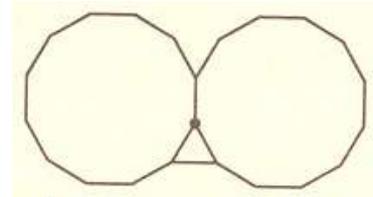
- due ottagoni e un quadrato ($2 \times 135 + 90 = 360$)



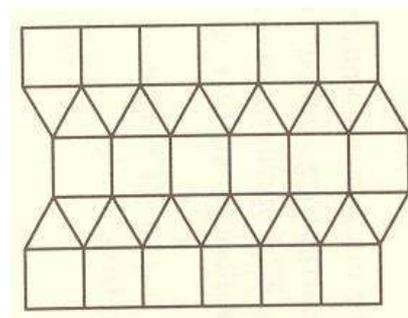
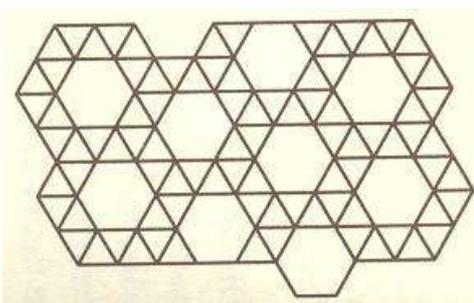
- due pentagoni e un decagono ($2 \times 108 + 144 = 360$)

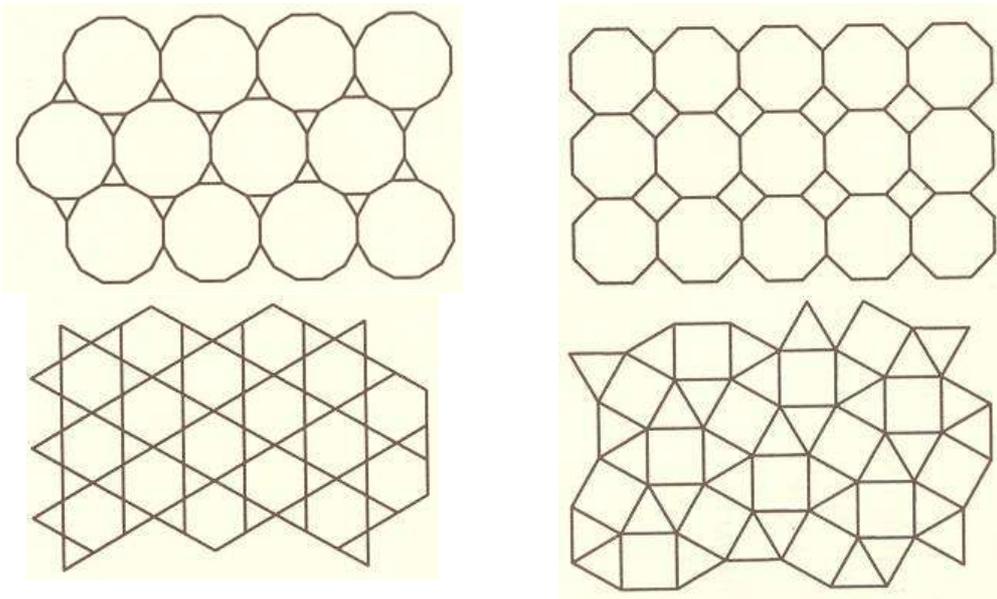


- due dodecagoni e un triangolo ($2 \times 150 + 60 = 360$)



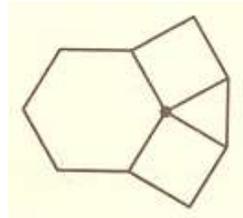
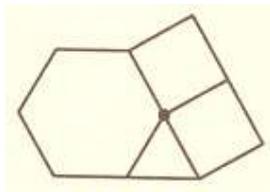
In tutti questi casi, (come è indicato fra parentesi) la somma degli angoli dà 360° . Trovare tutte le combinazioni possibili era davvero complicato, ma non era quello che vi chiedevamo! Noi vi chiedevamo soltanto qualche esempio, e qui ve li elenchiamo tutti solo per soddisfare la vostra curiosità. Sarebbe ancora più complicato decidere quali di queste combinazioni intorno a un vertice possono continuare (sempre nello stesso modo) a dare una pavimentazione del piano e quali no...



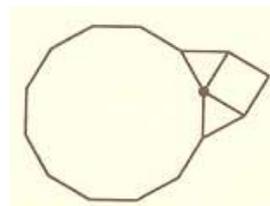
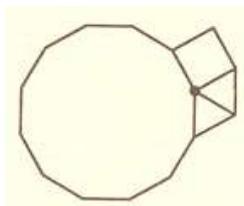


4. Usando tre tipi di poligoni regolari, e considerando solo poligoni regolari con al più dodici lati, sono possibili altre tre combinazioni intorno a un vertice:

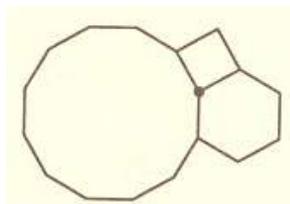
- Un triangolo, due quadrati, un esagono ($60 + 2 \times 90 + 120 = 360$)



- Due triangoli, un quadrato, un dodecagono ($2 \times 60 + 90 + 150 = 360$)

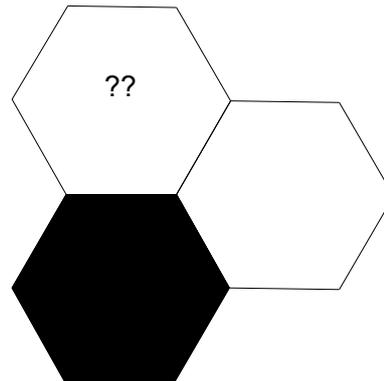
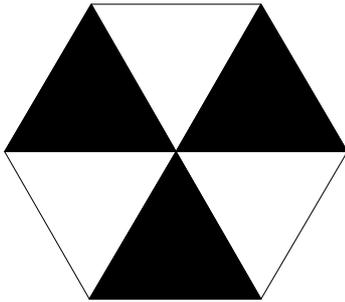


- Un quadrato, un esagono, un dodecagono ($90 + 120 + 150 = 360$)

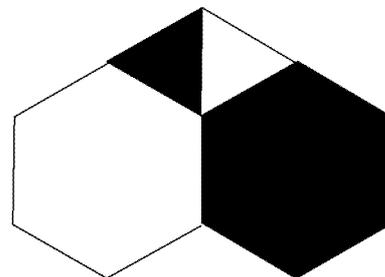
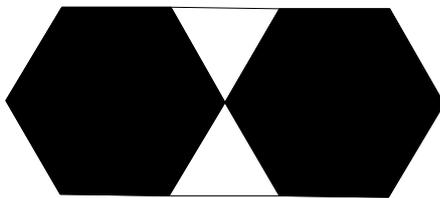


Vogliamo stuzzicare ancora un po' la vostra curiosità: *se poi Mastro Guglielmo disponesse di mattonelle a forma di poligoni regolari di un numero qualunque (anche maggiore di 12) di lati, sapreste trovare altre possibili combinazioni?*

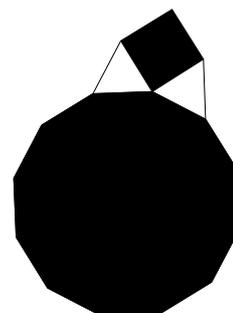
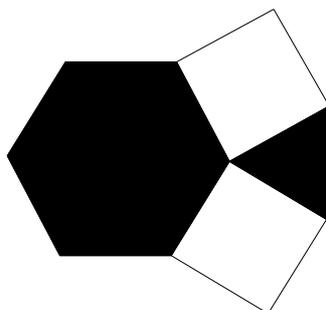
5. Fra i pavimenti che usano un solo tipo di mattonella, oltre a quello con i quadrati, anche quello composto da triangoli equilateri si può costruire con mattonelle di due colori secondo le regole di Mastro Guglielmo (ma non quello in esagoni):

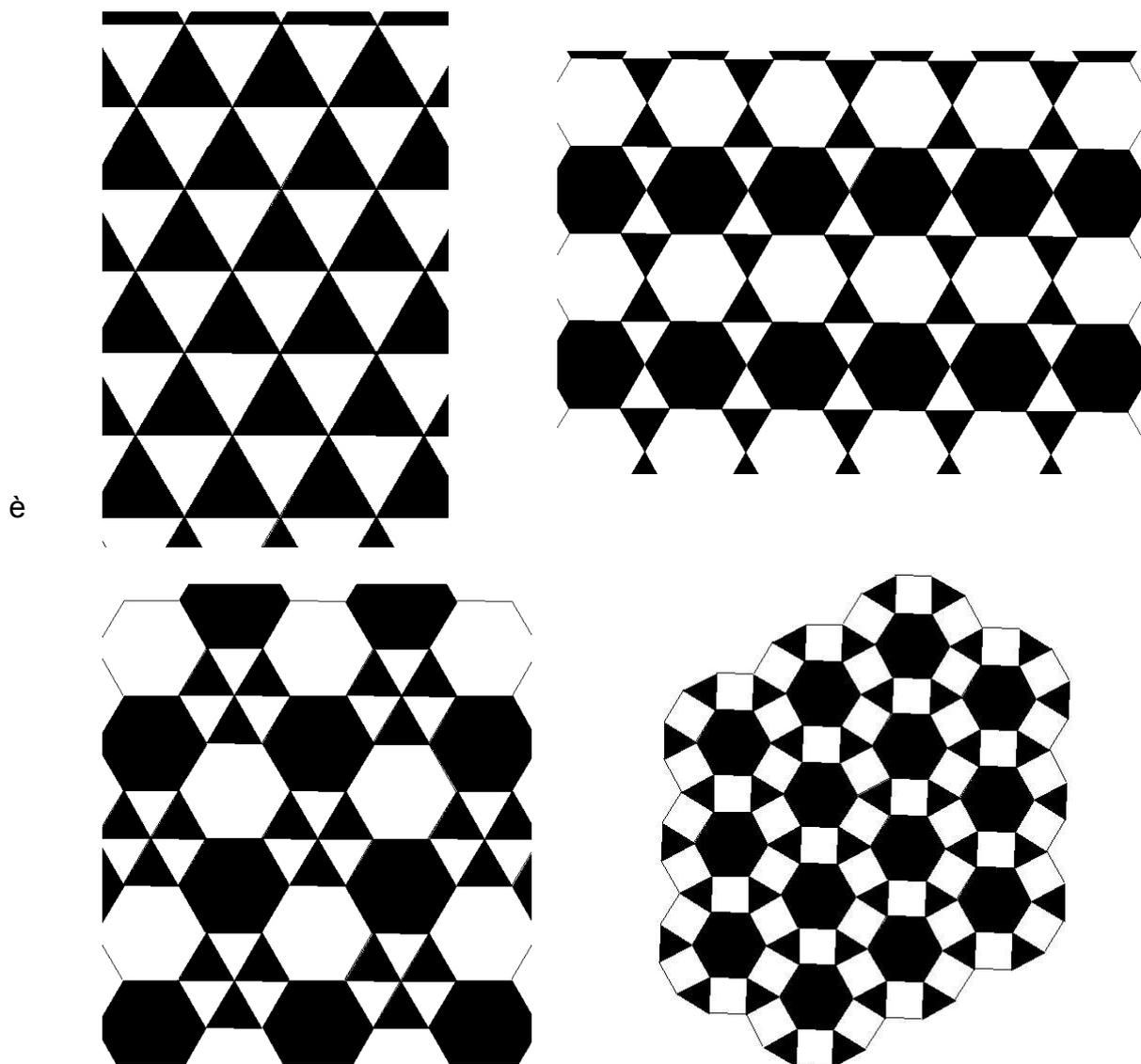


Usando due tipi di mattonelle, si possono costruire con mattonelle di due colori i casi con due triangoli e due esagoni intorno a un vertice:



Usando tre tipi di mattonelle, i due casi che si possono costruire con mattonelle di due colori con le regole di Mastro Guglielmo sono quello che intorno a un vertice ha un triangolo, due quadrati, un esagono, e quello che intorno a un vertice ha due triangoli, un quadrato, un dodecagono:





è

6. È possibile usare due colori diversi con queste regole quando in ogni vertice si incontrano un numero pari di mattonelle: le mattonelle devono essere di colori alternati e quindi, andando in circolo intorno a un punto, per chiudere il circolo continuando a disporle di colori alternati abbiamo bisogno che il circolo comprenda un numero pari di mattonelle.