SOLUZIONI V TAPPA

Un sogno di bontà

1. Il quinto ospite dovrà portare $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$ pagnotte. Il decimo ospite dovrà portarne $3^9=3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 19683$.
2. Il numero in questione è 3^{56}, che è davvero molto molto grande. Per farci un'idea sul suo numero di cifre confrontiamolo con altre potenze sulle quali è più facile ragionare.

   Dato che $3^2 = 9$, possiamo scrivere $3^{56} = (3^2)^{28} = 9^{28}$; poiché, inoltre, 9^{28} è più piccolo di $10^{28} = 1\underbrace{000\cdots000}_{28\ \text{zeri}}$, che ha 29 cifre, allora 3^{56} ha meno di 50 cifre.

   Sicuramente però ha più di 10 cifre: infatti 3^{56} è più grande di $3^{54} = (3^3)^{18} = 27^{18}$ che, a sua volta, è più grande di 10^{18}, che è un numero di 19 cifre.
3. Il 20.esimo ospite porta 7 cinghiali; il 30.esimo e il 50.esimo ne portano tre. Infatti:
   - il primo ospite porta 1 cinghiale;
   - il secondo ospite porta 3 cinghiali;
   - il terzo ospite porta 9 ($= 3 \times 3$) cinghiali;
   - il quarto ospite porta 7 cinghiali; 7 è l'ultima cifra di $27 = 9 \times 3$.
   - il quinto ospite porta 1 cinghiale; 1 è l'ultima cifra di $7 \times 3 = 21$.

N°OSPITE	N° CINGHIALI
1	1
2	3
3	9
4	7
5	1
6	3

   A questo punto il ciclo si ripete: il sesto ospite porterà 3 cinghiali, il settimo 9, ecc. Se ogni quattro ospiti il ciclo si ripete, allora:
   - il 20.esimo ospite porta tanti cinghiali quanti il quarto: $20 = 4 \times 5$;
   - il 30.esimo e il 50.esimo tanti quanti il secondo: $30 = 2 + 4 \times 7$ e $50 = 2 + 4 \times 12$.
4. Non ci sarà un ospite che porta 8 cinghiali. Alcuni ospiti porteranno 1 cinghiale, altri 3, altri 7, altri 9, ma nessun ospite potrà portare un numero di cinghiali diverso da questi quattro numeri.
5. Gli ospiti fortunati a cui tocca portare un solo cinghiale, come il primo, sono il quinto, il nono, il tredicesimo, … cioè tutti quelli che hanno un numero d'ordine che (come succede per 1, 5, 9, 13, …) diviso per 4 dà resto 1.
6. L'ultima cifra di 3^{5785} corrisponde al numero di cinghiali che dovrebbe portare il 5786.esimo ospite, cioè 3. Per giustificare la seconda osservazione usiamo il ragionamento precedente: $5786=4\times1446+2$. Per giustificare la seconda osservazione, ripercorriamo cosa succede cecando di interpretarlo mediante le potenze di 3:

- il **primo** ospite porta $1=3^0$ cinghiale;
  - il **secondo** ospite porta $3 = 1 \times 3=3^1$ cinghiali;
  - il **terzo** ospite porta $9 = 3 \times 3 = 3^2$ cinghiali;
  - il **quarto** ospite porta 7 cinghiali; 7 è l'ultima cifra di $27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$;

- il **quinto** ospite porta 1 cinghiale; 1 è l'ultima cifra di $7 \times 3 = 21$, ma anche di $81 = 27 \times 3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$.
- il **sesto** ospite porta 3 cinghiali; 3 è l'ultima cifra di 1×3, ma anche di $81 \times 3 = 3^5$.
- …

Continuando, il numero di cinghiali che porta il 5785-esimo ospite sarà l'ultima cifra di $\underbrace{3 \times 3 \times 3 \times ... \times 3}_{\mathbf{5786\,volte}}$.