

## Problema 1

## I tornei

Nel Nord del Canada, nei territori dello Yukon, è stata fondata una città che è in continua espansione, tanto da cambiare nome ogni anno: il primo anno si chiama 1d-city; il secondo anno si chiama 2d-city; il terzo anno 3d-city; e così via...

Gli abitanti sono molto appassionati di sport, in particolare di calcio, di polo e di pallavolo; e ogni anno, in occasione dei festeggiamenti per il cambio di nome, organizzano tre tornei per ciascuno di questi tre sport.

Le squadre, però, aumentano ogni anno: il primo anno riescono a mettere insieme solo due squadre (per ciascuno dei tre sport) e quindi per l'inaugurazione di 1d-city ciascun torneo comprende solo una partita. Già al secondo anno e poi negli anni successivi le cose però si differenziano per i tre sport:

- i giocatori di calcio aumentano in modo che ogni anno si trova una squadra in più;
- i giocatori di polo aumentano di più: ogni anno il numero di squadre raddoppia;
- i giocatori di pallavolo aumentano in modo tale che ogni anno si riescono a formare due squadre in più dell'anno precedente.

***Quante squadre per ciascuno dei tre sport ci sono a 2d-city al secondo anno? E a 3d-city al terzo anno? E a 4d-city al quarto anno? E in generale, a nd-city dopo n anni?***

I giocatori di calcio hanno stabilito delle regole per come costruire un torneo a partire dal torneo già fatto nell'anno precedente: si giocano le stesse partite dell'anno precedente e in più la squadra nuova che si è aggiunta in quell'anno gioca con tutte le squadre già presenti.

***Quante partite di calcio si giocano ai festeggiamenti per l'inaugurazione di 2d-city? E di 3d-city? E di 4d-city?***

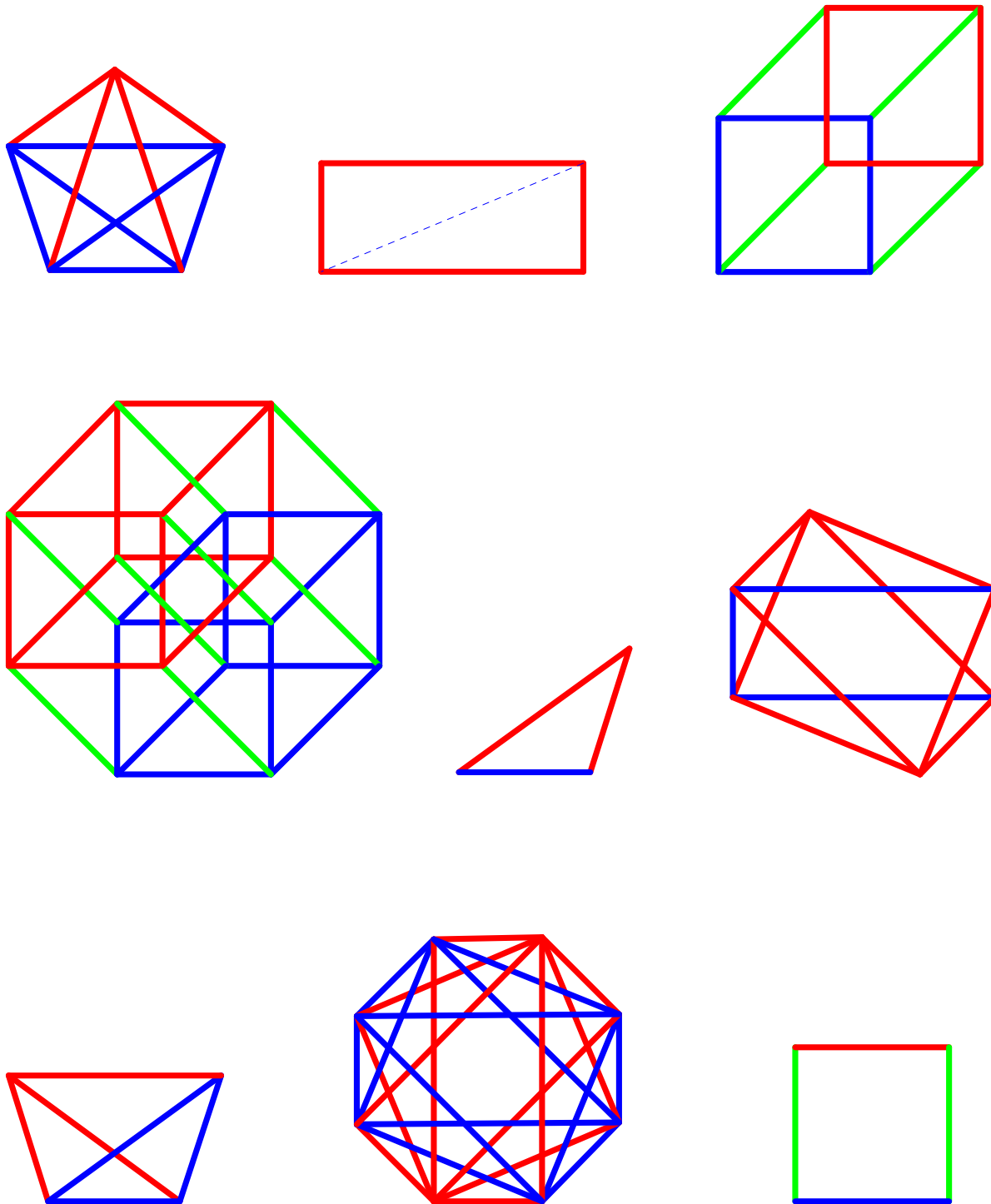
Per i giocatori di polo la cosa si fa un po' più complicata; ogni anno le squadre raddoppiano e ogni nuova squadra ha una sua "gemella" tra le squadre dell'anno precedente. Le partite di ogni anno sono allora di tre tipi: si giocano tutte le partite dell'anno precedente, ogni squadra nuova gioca con la sua gemella, e inoltre per ogni partita tra due squadre "vecchie", già presenti nell'anno precedente, si gioca anche la partita fra le due "gemelle" corrispondenti.

***Quante partite di polo si giocano ai festeggiamenti per l'inaugurazione di 2d-city? E di 3d-city? E di 4d-city?***

I giocatori di pallavolo hanno ogni anno due squadre in più e stabiliscono queste regole: ognuna delle due *new entry* gioca con tutte le squadre dell'anno precedente (ma le due nuove NON giocano fra loro). Inoltre, a partire dal terzo anno si stabilisce di giocare anche, fra le squadre "vecchie", tutte le partite che si erano giocate l'anno precedente. Questo non si fa nel secondo anno quando, per l'anno precedente, la partita era una sola.

***Quante partite di pallavolo si giocano ai festeggiamenti per l'inaugurazione di 2d-city? E di 3d-city? E di 4d-city?***

**Un suggerimento:** queste figure (che NON sono in ordine) rappresentano una schematizzazione di squadre e partite dei tre tornei di calcio, polo, e pallavolo nei primi 3 anni (2d-city, 3d-city, 4d-city).



## Problema 1

## I tornei

(soluzione)

	Squadre calcio	Squadre polo	Squadre pallavolo
2D-City	3	4	4
3D-City	4	8	6
4D-City	5	16	8
nd-City	$n+1$	$2^n$	$2n$

Otteniamo la stessa tabella contando i vertici di piramidi prismi e bipyramidi:

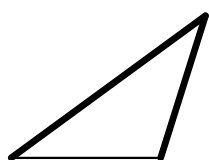
	Vertici piramidi	Vertici prismi	Vertici bipyramidi
Dim 2	Triangolo: 3	Quadrato: 4	Quadrato: 4
Dim 3	Tetraedro: 4	Cubo: 8	Ottaedro: 6
Dim 4	5	16	8
Dim n	$n+1$	$2^n$	$2n$

Per quanto riguarda le partite:

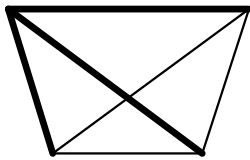
	Partite calcio	Partite polo	Partite pallavolo
2D-City	3	4	4
3D-City	6	12	12
4D-City	10	32	24

Otteniamo la stessa tabella contando gli spigoli di piramidi prismi e bipyramidi:

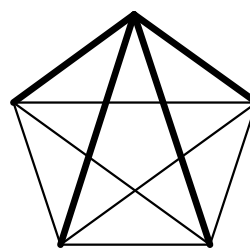
	Spigoli piramidi	Spigoli prismi	Spigoli bipyramidi
Dim 2	Triangolo: 3	Quadrato: 4	Quadrato: 4
Dim 3	Tetraedro: 6	Cubo: 12	Ottaedro: 12
Dim 4	10	32	24



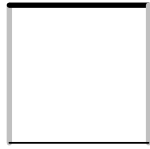
2d-city  
calcio



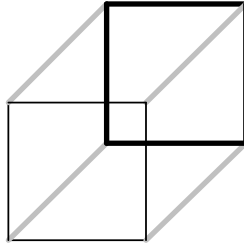
3d-city  
calcio



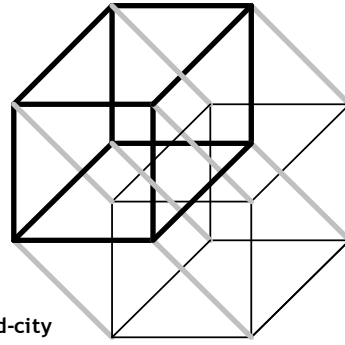
4d-city  
calcio



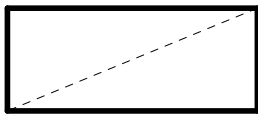
2d-city  
polo



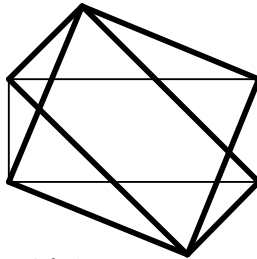
3d-city  
polo



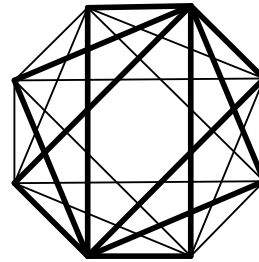
4d-city  
polo



2d-city  
pallavolo



3d-city  
pallavolo



4d-city  
pallavolo

Naturalmente si può andare avanti...

Per esempio con le piramidi si ritrova ... il triangolo di Tartaglia!

PIRAMIDI	Vertici	Spigoli	2-facce	3-facce	4-facce	5-facce	...
Dim2	3	3					
Dim3	4	6	4				
Dim4	5	10	10	5			
Dim5	6	15	20	15	6		
Dim6	7	21	35	35	21	7	
...	...	...	...	...	...	...	...