

A proposito di numeri razionali

Siamo partiti dalla domanda: quali sono i fatti significativi dal punto di vista matematico che ci pare importante i ragazzi colgano a proposito di frazioni?

Riconosciuto che una buona definizione di frazione è quella che introduce la frazione $\mathbf{a/b}$ come il numero che rappresenta la quantità ottenuta dividendo un intero in \mathbf{b} parti uguali e prendendone \mathbf{a} (la mitica torta tagliata a fette uguali), quali caratteristiche di questi nuovi numeri sono importanti?

1. La stessa quantità può essere rappresentata da frazioni diverse, quindi non è vero che due frazioni diverse (per essere diverse basta che abbiano diverso uno dei due elementi che le costituiscono, quello sopra o quello sotto la riga) vengono sempre intese come due numeri diversi. (Invece due numeri naturali diversi rappresentano sempre quantità diverse.) Se vogliamo pensare che anche in quest'ambito due numeri diversi rappresentino quantità diverse dobbiamo pensare a un numero come a un insieme infinito di frazioni che rappresentano la stessa quantità: tutte le frazioni equivalenti a una frazione data (e quindi equivalenti fra loro) costituiscono il nuovo numero che si chiama numero razionale.

Dal momento che in realtà, nei problemi che dobbiamo risolvere, l'importante per noi è lavorare con le quantità, dobbiamo abituarci a usare con libertà la frazione più comoda per rappresentare la quantità che ci interessa nel problema che stiamo trattando.

2. L'insieme delle frazioni può essere ordinato, considerando le quantità che esse rappresentano. Due frazioni o rappresentano la stessa quantità oppure una rappresenta una parte più piccola dell'altra. Questo, trasportato ai numeri razionali, porta a dire che l'insieme dei numeri razionali è ordinato.

3. Fra due frazioni diverse e non equivalenti, quindi fra due (famiglie infinite di frazioni equivalenti cioè) numeri "razionali" diversi ce n'è sempre almeno una/un terza/o, anzi, ce ne sono infinite/i. (L'analogo di questa affermazione non vale per i numeri naturali: fra 6 e 7 non c'è alcun altro numero naturale).

4. Non tutti i numeri sono razionali.

5. Ci sono molte "frazioni nascoste" (nelle carte geografiche, in espressioni come "7 casi su 19", nelle scritture come "30%" ...).

Una possibile bibliografia:

S. Di Sieno, S. Levi, *Aritmetica di base*, McGraw-Hill, Milano 2005

G Caiati, A Castellano, *In equilibrio su una linea di numeri*, Mimesis, Milano 2007