

CUBI E IPERCUBI

PREMESSA

Gli oggetti che quotidianamente utilizziamo sono oggetti tridimensionali, e tuttavia ci offrono numerosi rimandi al mondo della geometria piana: uno spaghetti crudo ci riporta all'idea di segmento, un foglio di carta al concetto di piano.

Grazie a questa suggestione è evidente la relazione che lega, per esempio, il cubo al quadrato, in particolare cercando di visualizzare (o di contare) gli elementi costitutivi di queste figure geometriche: il cubo è un oggetto (3d) le cui facce sono dei quadrati (2d); gli spigoli (1d) del cubo sono i lati di queste facce quadrate e i vertici (0d) del cubo sono vertici delle facce quadrate. Si visualizza facilmente il passaggio dinamico da una dimensione all'altra immaginando come da un punto, ente geometrico privo di dimensione, si possa "uscire" lungo una retta per dar vita ad un segmento caratterizzato da una dimensione; partendo da questo, si può immaginare di muoverlo in una direzione ortogonale alla retta che contiene il segmento fino a generare un quadrato, e partendo dal quadrato, si può immaginare di muoverlo in una direzione ortogonale al piano che contiene il quadrato fino ad approdare alla tridimensionalità del cubo.

Ma si può andare oltre? Esiste una quarta dimensione?

Dobbiamo fare uno sforzo per prendere coscienza di come la nostra mente si pieghi docilmente ad immaginare entità geometriche solo virtuali quali figure piane, segmenti, punti, e si adatti acriticamente alle rappresentazioni bidimensionali dei solidi in cui, grazie a strategie consolidate, leggiamo dei parallelogrammi come se fossero le facce quadrate di un cubo. Occorre dunque operare un ulteriore sforzo immaginativo per addentrarci nella quarta dimensione, utilizzando, quale valido aiuto, il principio di analogia.

IL COMPITO

- Per quanto riguarda il primo problema, I tornei, il gruppo è giunto ad una soluzione numerica. I discreti inviti ad utilizzare un approccio geometrico utilizzando le immagini fornite nei suggerimenti (si veda il file Allegato1) sono stati presi in considerazione solo a soluzione raggiunta.

L'esame delle figure ha consentito però al gruppo di recuperare il concetto di passaggio da una dimensione all'altra e di visualizzare la generazione di questa particolare classe di figure geometriche da dimensione 0 a dimensione 4. Si è focalizzata l'attenzione sul passaggio dalla 3^a alla 4^a dimensione, immaginando

di muoversi in una direzione perpendicolare, contemporaneamente, alle tre dimensioni della figura solida: lunghezza, larghezza e anche altezza.

Punto	1				
Segmento	2	1			
Quadrato	4	4	1		
Cubo	8	12	6	1	
Ipercubo	16	32	24	8	1
	vertici	spigoli	facce	cubi	ipercubi

Si è rilevata una regolarità nella maniera in cui da ogni riga si può costruire la riga successiva: ogni numero è la somma del doppio del numero soprastante e del numero alla sinistra di quest'ultimo (se è presente).

- Una volta che si sono cominciate a definire alcune caratteristiche dell'ipercubo, si è affrontato il secondo problema relativo ai suoi possibili sviluppi tridimensionali.

Inizialmente il gruppo è partito dall'esame degli sviluppi piani di un cubo sperimentando quanti e quali siano tutti quelli possibili.

Durante l'esperienza sono state individuate alcune condizioni (affinché un esame possa essere sviluppo di un cubo):

- 1- il numero dei quadrati in fila non può superare il numero di 4
- 2- non ci possono essere mai 4 quadrati intorno ad un vertice.

Alla fine si è giunti a determinare che il numero di tutti i possibili sviluppi è 11.

Per analogia, ci si è poi concentrati sugli sviluppi tridimensionali possibili dell'ipercubo (si veda il file Allegato2).

- Anche l'esame dei possibili modelli di sviluppo tridimensionale dell'ipercubo è stato guidato dalla sperimentazione con modelli.