GIOCHI MATEMATICI 2008

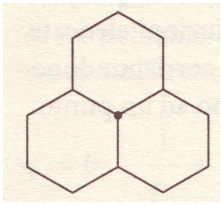
I TAPPA – *Frazioni*

Commenti alle risposte – classe seconda media

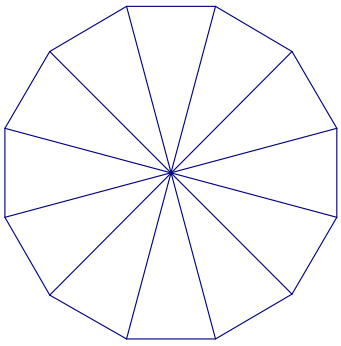
Cari ragazzi!
Siete stati davvero bravi!
La maggioranza tra voi ha individuato le risposte corrette ad entrambi i quesiti!

Sapevamo che questa tappa non era facilissima, ma ve la siete cavata egregiamente, facendo anche un larghissimo uso dei poligoni ritagliati dei quali ci avete inviato tante immagini.
Ma avete usato bene anche le frazioni!

Alcuni gruppi sono stati forse "ingannati" dall'esempio **A** che abbiamo utilizzato (un esagono regolare formato da sei triangoli) e così hanno pensato di dover cercare poligoni regolari che ammettessero la suddivisione in altri poligoni. Infatti ci sono arrivate risposte come, ad esempio, quella del gruppo "Razor" (classe 112-247): "Per la figura A bisognava formare un poligono regolare con altri poligoni regolari tutti uguali…". Non era questa la richiesta!!
Infatti una soluzione era la seguente:



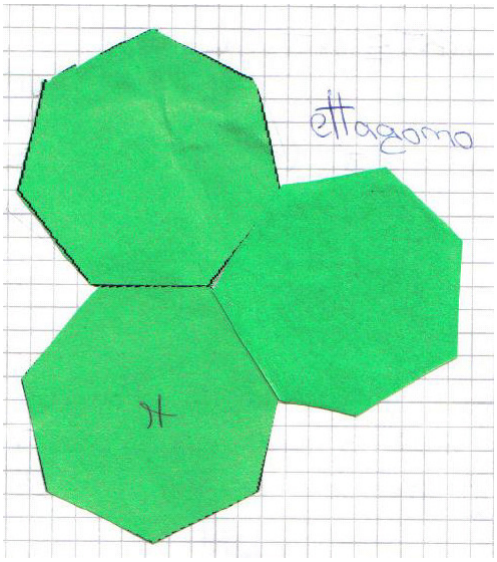
Non importa che la figura ottenuta non sia regolare: non era questo che ciò che vi si chiedeva!!
Perché non leggete il testo con più cura?!
I poligoni da utilizzare dovevano invece essere proprio regolari! Il gruppo "2" (classe 110-242) ci manda come soluzione 7/18+7/18+**4/18**. La somma è uguale a uno, ma 4/18 non corrisponde all'angolo di nessun poligono regolare (e in realtà il gruppo dichiara di esserne conscio… ma allora, non si tratta di una risposta valida!).



Qualche altro gruppo ha mandato come soluzione un dodecagono diviso in dodici triangoli con un vertice nel centro (guardate la figura a fianco).
E' vero che in questo modo il dodecagono si divide in dodici triangoli, ma la cosa ci serve a poco perché i triangoli non sono equilateri (e, in effetti, l'angolo al vertice di questo triangolo è 1/12 dell'angolo giro, ma NON è l'angolo di un triangolo equilatero).

Sono arrivate come soluzioni somme di frazioni il cui risultato non è 1, ad esempio il gruppo "b" (classe 105-232) ha dichiarato che (3/10)x10=1… Il gruppo "c" della medesima classe invece scrive che (1/6)x12=1… Attenzione!!

Un altro tipo di problema invece è rappresentato da somme di questo tipo: 1/4+5/14+7/18 (che è uguale a 251/252, diverso da 1) e 3/10+1/3+5/14 (che è uguale a 104/105, diverso da 1). In questo caso può essere successo che abbiate accostato i poligoni (di 9 lati, di 7 lati e un quadrato nel primo caso; di 7 lati, un pentagono e due triangoli nel secondo caso) e che vi sia parso un risultato corretto. In effetti, la differenza è talmente piccola che, accostando i poligoni ritagliati nel cartoncino, questa diventa irrilevante e sembra che tutto funzioni…
Un esempio di questo tipo di errore è dato dal gruppo "Bruchi melati " (classe 27-57) che accosta

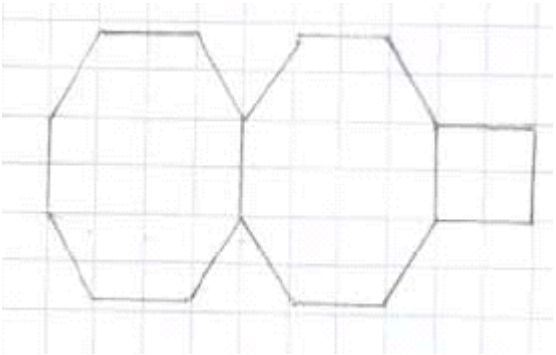


tre poligoni regolari di 7 lati e ritiene che sia una soluzione. In realtà la frazione corrispondente all'angolo di questo poligono è 5/14 e 5/14x3=15/14, che è diverso da 1. Se il gruppo avesse eseguito un controllo anche sulla somma delle frazioni corrispondenti avrebbe certamente trovato l'incongruenza!
Uno dei nostri scopi era proprio quello di farvi notare un parallelo fra un problema geometrico (mettere insieme un po' di poligoni regolari intorno a un vertici senza sovrapposizioni né interstizi) e un problema aritmetico (trovare delle frazioni – prese da un'apposita lista – la cui somma è 1).

Il gruppo "3" (classe 49-121) ha mandato la fotografia a lato come dimostrazione del fatto che tre pentagoni uniti lato contro lato attorno a un vertice lasciano uno spazio e non coprono l'angolo giro. Bravi!

Qualche gruppo ci ha mandato <u>ben</u> più di due soluzioni al quesito 2. Ad esempio il gruppo "agenti004" (classe 3-0): bravissimi!!

Il gruppo "3" (classe 35-84) ha trovato la somma 3/8+3/8+1/4=1, ma poi ha disegnato il risultato in questo modo:



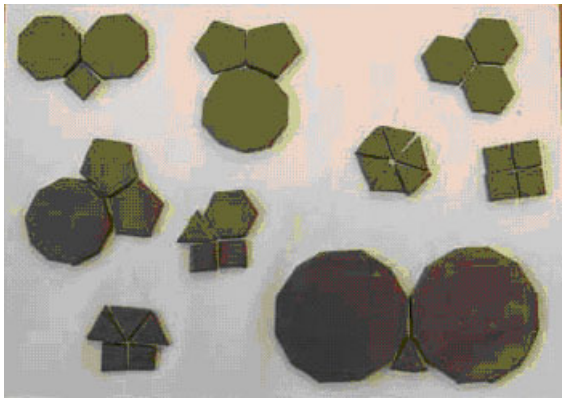
Quello che noi vi chiediamo (e immaginiamo che anche i vostri insegnanti vi dicano) è rileggere quanto scritto (controllando anche le figure!) prima di decidere che è ora di consegnare! Forse, se aveste provato a mettere due ottagoni e un quadrato intorno a un vertice (come vi si chiedeva) vi sareste accorti che gli ottagoni che stavate usando non erano tanto regolari.

Il gruppo “Soldato Ryan” (classe 18-39) scrive: “Per rispondere [al quesito 1] abbiamo usato il seguente procedimento. Un angolo giro è l’intero e l’angolo dei poligoni sono parti dell’intero. Quindi abbiamo provato a moltiplicare le frazioni per un numero intero in modo da ottenere 1.
Triangolo 1/6x6=1 SI Quadrato 1/4x4=1 SI Pentagono 3/10x3=9/10 NO
Esagono 1/3x3=1 SI Ettagono 5/12x2=10/12 NO
I calcoli continuano e la risposta è sempre NO.” Siete stati molto bravi!
Vi chiediamo solo un po’ di attenzione all’uso delle parole. Quando dite “l’angolo dei poligoni sono parti dell’intero”, la cosa è un po’ vaga, perché qualunque angolo è “una parte” dell’angolo giro. Qui si tratta di una parte molto particolare, ovvero (come per l’appunto voi spiegate con tanta cura) una parte tale che, se se ne prendono tante, tutte uguali fra loro, si ritrova l’angolo giro: e questo non accade certo con una parte qualsiasi.
Un’altra (benevola!) osservazione che vogliamo farvi è che non avete dato una giustificazione del fatto che “i calcoli continuano e la risposta è sempre NO”. In realtà bastava osservare che, a un certo punto già la somma di due angoli è troppo grande e quindi i calcoli possono… fermarsi a quel punto.

Un altro gruppo della stessa classe, il gruppo “PBA&G J” ha scritto (in risposta al primo quesito): “Prima di tutto abbiamo calcolato l’ampiezza degli angoli di ciascun poligono.
Triangolo 360°:6x1=60°; Quadrato 360°:4x1=90°; Pentagono 360°:10x3=108°
Esagono 360°:3x1=120°; **Ettagono 360°:14x5=125**°; Ottagono 360°:8x3=135°
Ennagono 360°:18x7=140°; Decagono 360°:5x2=144°; **11 lati 360°:22x9=**
Dodecagono 360°:12x5=150°
Poi ci siamo posti questa domanda: quali di questi numeri sono sottomultipli di 360?
I numeri sottomultipli di 360 sono **solo** 60, 90 e 120. Quindi gli esempi di tipo A sono costituiti da 6 triangoli, 4 quadrati e 3 esagoni.” Davvero bravi: vi siete posti la domanda giusta alla quale avete poi dato la risposta giusta (salvo il fatto che, come per il “Soldato Ryan”, si sarebbe potuto giustificare un po’ meglio quel “solo”)! Non capiamo però tanto i vostri conti.
Com’è che 360°:14x5=125°? A noi risulta 360°:14x5=128,5714…°.
E come mai non c’è nessun risultato per 360°:22x9? In realtà qui non c’era bisogno di questi conti, ma bastava accorgersi che, per un qualunque poligono regolare con più di sei lati, l’angolo interno è più grande dell’angolo di un esagono regolare che vale 120°. E quindi non si riesce a metterli insieme nemmeno a 3 a 3 .

Ci è piaciuto il “ventagono” del gruppo “Nike” (classe 26-53)!

W! gli artisti del gruppo “I giovani Archimede” (classe 64-154) che, oltre ad aver trovato un bel numero di risposte al secondo quesito, hanno costruito con la creta i modellini e ci hanno mandato la foto della loro opera:



Buon lavoro per la prossima tappa! La Redazione dei Giochi