GIOCHI MATEMATICI 2008

II TAPPA – *Geometria piana*

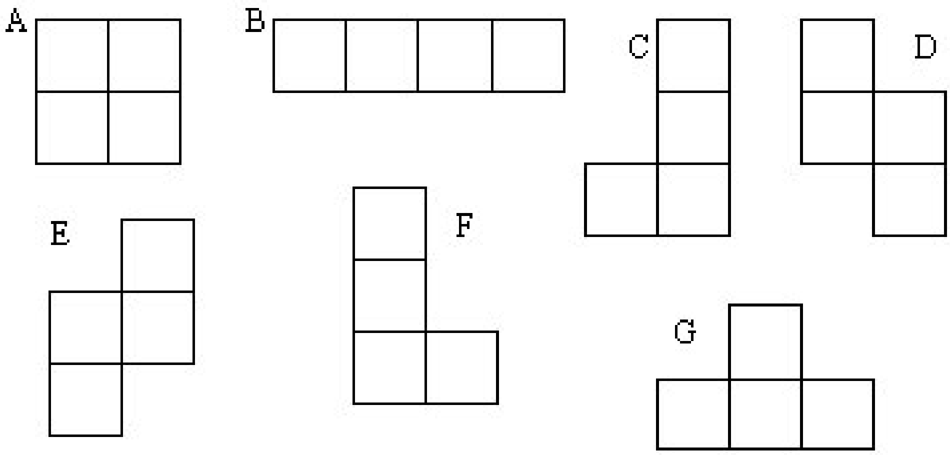
Commenti alle risposte – classi prima, seconda e terza media

Cari ragazzi! Anche questa volta siete stati davvero bravi!
Ci è sembrato di capire che vi sia piaciuta di più questa seconda tappa rispetto alla prima, forse anche perché vi ha ricordato il gioco del "Tetris" con il quale avete confidenza. Questo ci è sembrato una bella cosa! E' sempre bene cercare di ritrovare, anche nei problemi di matematica, un aggancio con le conoscenze che ci vengono dalla nostra esperienza… A volte può anche non trattarsi esattamente dello stesso problema, ma l'esperienza che ne abbiamo tratto in altre circostanze ci può comunque essere di aiuto.
Ci avete mandato moltissimi disegni, alcuni davvero curati, con sfumature e bei colori. Parecchi gruppi hanno realizzato i disegni utilizzando Excel o Cabri; il gruppo "Grittinetor"(classe 82-183) ci ha mandato una presentazione in PowerPoint! La classe 102-227 ha trovato un metodo efficace per farci arrivare le soluzioni senza ricorrere ai disegni: vi copiamo qui sotto, come esempio, la risposta alla domanda 2:
"sono possibili 5 mattonelle

1 1	2	3	4	5 5
1 1	2	3 3 3	4	5 5
	2		4 4	
	2".			

Si capisce bene lo stesso, vero? La maggioranza di voi si è comunque data da fare…
Anche i risultati ai quali siete arrivati sono per la maggior parte corretti!

Veniamo ai nostri commenti.
Come soluzione al secondo quesito vi abbiamo dato cinque mattonelle diverse. Alcune classi, come ad esempio la 2-3 ha trovato invece sette mattonelle e ci manda un disegno analogo a quello qui sotto:



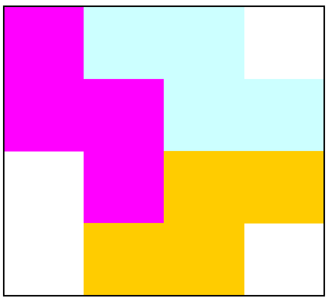
dove la figura E e la F sono le due mattonelle "in più" rispetto alla nostra soluzione e si ottengono per riflessione rispettivamente dalla D e dalla C. Questa è quindi un'altra risposta corretta: la differenza rispetto alla nostra è che noi abbiamo considerato uguali due mattonelle speculari, cioè

che differiscono per una riflessione, mentre questa classe le considera diverse. Entrambe le scelte sono ammissibili, l'importante è dichiarare esplicitamente la propria scelta e procedere poi coerentemente.
Ad esempio, complimenti al gruppo "M^2" (classe 26-54) che ha dichiarato secondo quale criterio ha considerato uguali due mattonelle: "perché trasformate [della mattonella trovata in precedenza] per mezzo di un'isometria".

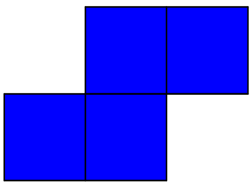
Nella classe 41-103 invece i gruppi hanno dato risposte differenti. Un gruppo ha trovato cinque mattonelle, tre gruppi ne hanno trovate sette (con un disegno analogo a quello qui sopra) e gli altri due gruppi ne hanno trovate tredici e diciassette, dicendo che si trattava delle sette qui sopra più "rotazioni varie": questo però non è chiaro, perché non ci avete mandato tutte le figure, né il criterio con il quale avete scelto queste rotazioni. Se vogliamo considerare diverse due mattonelle che differiscono per una rotazione qualsiasi allora le mattonelle diverse sarebbero ben più di diciassette. Noi ci immaginiamo che voi abbiate pensato a rotazioni di 90°, ma anche in quel caso non capiamo come vi risultino questi due numeri. Ce lo spiegate?

Avete notato che per coprire una figura simile a quella di partenza ma con i lati di lunghezza doppi avete dovuto usare, quando questo era possibile, NON due, bensì quattro mattonelle uguali a quella di partenza? Vi ha stupito? Vi aspettavate che ne bastassero due? Per quelli di voi che hanno già studiato la similitudine, avete identificato qual è il risultato che sta alla base di questo fatto?

Ben pochi gruppi si sono preoccupati di motivare in qualche modo i "casi impossibili" della domanda 3. E' molto difficile in genere dimostrare che un risultato è impossibile: a volte non si riesce a trovare una soluzione, ma non si può dire con certezza che non esiste. Per quanto riguarda il quesito 4 bastavano invece pochi tentativi per poter dichiarare con certezza quali erano le mattonelle che non tassellano un quadrato di lato due. Il gruppo "Little devil" (classe 112-24) ha voluto mandarci un disegno dei tentativi fatti:

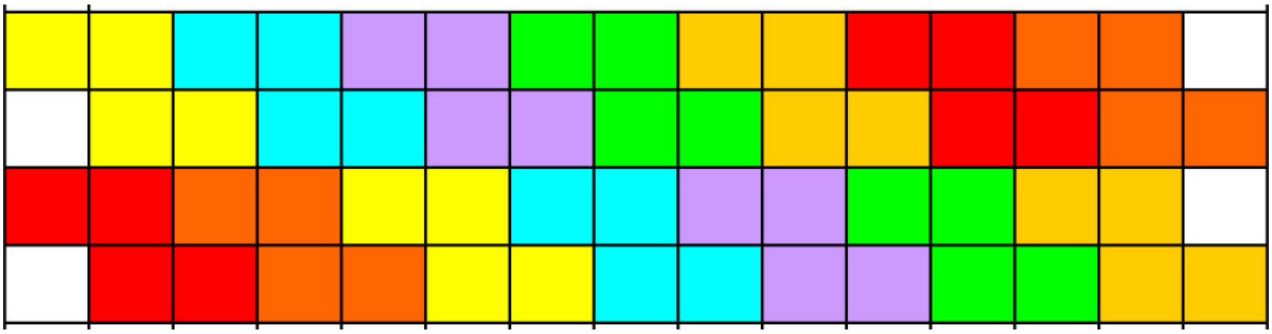


Molti – davvero molti!! – tra voi si sono cimentati con tutti i quesiti e sono arrivati all'ultima richiesta: tassellare l'intero piano! Bravissimi!
Parecchi gruppi ci saranno… rimasti male quando hanno scoperto che è possibile tassellare il piano anche con questa forma

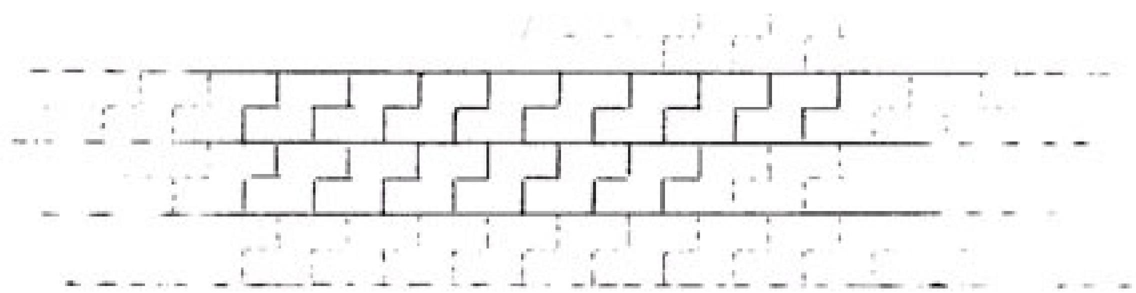


Infatti in molti avete risposto, come ha fatto, ad esempio, il gruppo "Devil" (classe 26-53): "non è possibile tassellare il piano [con la mattonella disegnata qui sopra] perché non è possibile creare il quadrato". Quello che probabilmente fate fatica ad immaginare è proprio il piano. I gruppi "FGM" e

“ToZaZa” (classe 8-21) scrivono: “se non si considerano i bordi del piano è possibile tappezzare il piano con tutte e cinque le figure, se i bordi sono definiti solo con le tre della risposta precedente”.
E’ proprio questo il punto cruciale: il piano non ha “bordi”, è illimitato in ogni direzione per quanto si faccia davvero fatica ad immaginarlo!
Vediamo allora se, attraverso le parole dei vostri compagni che lo immaginano un po’ di più, riusciamo a chiarirvi un po’ le idee e a “far vedere” il piano anche a chi tra voi ha qualche difficoltà!
La classe 57-136, nella sua bellissima presentazione con Excel, scrive: “E' possibile tassellare l'intero piano con tutte le figure trovate nel punto 2: per le figure *a, b, d, e* risulta evidente* dalle costruzioni dei quadrati (es. 3): ripetendoli si copre l'intero piano, ma anche con la figura *c* si ricopre l'intero piano non essendoci più i limiti dei lati per incastrare le figure”. E disegnano questa situazione:

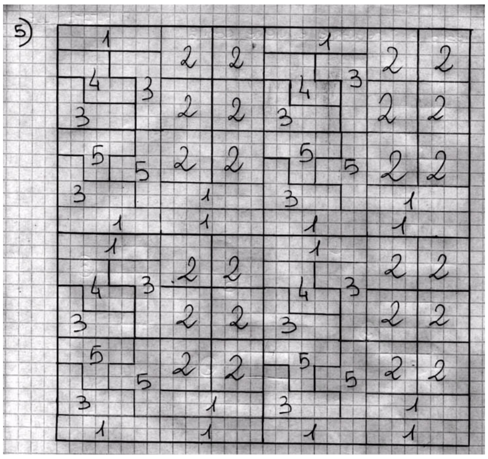


Non ha importanza, quindi, se ai lati del nostro disegno (che, essendo disegnato su un foglio, è necessariamente finito) restano degli spazi bianchi, perché si ha la certezza di poter continuare ad incastrare mattonelle uguali senza mai incontrare limiti.
Si ha la certezza di poter continuare ad incastrare mattonelle uguali… all’infinito! Questo significa che è possibile tassellare il piano anche con questa mattonella!
Il “gruppo2” (classe 69-164) ci manda questa immagine



commentandola così: “in altri casi la disposizione non forma un quadrato, ma… possiamo utilizzare ad esempio delle fasce parallele infinite”.
Il gruppo “8 felice!” (classe 18-39) invece scrive: “Con tutti i poligoni del punto 2 è teoricamente possibile tassellare il piano. Per i primi 4, che entravano nel quadrato, è stato facile perché bastava ripetere il quadrato infinite volte. Invece per l’ultimo, che non entrava nel quadrato, abbiamo provato ad incastrare le mattonelle tra di loro ma c’erano sempre due spazi vuoti. Allora abbiamo pensato che se il piano è infinito lo spazio vuoto veniva riempito continuamente”.

* Che linguaggio “matematichese”! Noi facciamo di tutto per non usarlo e comunque tenete presente che, in matematica, dire “risulta evidente” NON vale come dimostrazione!



Infine un commento ai gruppi che hanno scambiato la domanda 5 con il gioco di “Tetris”.
Il gruppo “Ratatoille2” (classe 65-158) risolve il quesito con il disegno qui a lato e uno schema molto simile ci è arrivato dal gruppo “The best 4ever” (classe 9-23).
Vi sarete accorti leggendo le soluzioni che non vi si chiedeva di usare tutte le mattonelle insieme per tassellare il piano, ma vi si chiedeva di considerarne una per volta.

Il gruppo “Dragon Maths” (classe 41-103) ci scrive: “Lettera per l’Università:
I quesiti di questa tappa erano abbastanza deludenti. Non siamo incapaci! (Basta saper giocare a tetris!)”. Ci fa piacere che siate riusciti a risolvere in maniera così semplice i quesiti di questa tappa (anche se non era proprio “Tetris”…) e vi aspettiamo alla prossima!!

Buon lavoro per la prossima tappa!
La Redazione dei Giochi