

GIOCHI MATEMATICI 2008

III TAPPA – Aritmetica modulare – 22 gennaio 2008

SOLUZIONI CLASSE TERZA MEDIA

1) Nel fregio continuano a ripetersi gli stessi 10 simboli: 4 clessidre, 3 fiocchi di neve e 3 soli. Dato che $1524=152 \times 10+4$, in corrispondenza del numero 1524 ci sarà una clessidra.

(Dato che $37=3 \times 10+7$, il 37-esimo disegno sarà uguale al settimo e quindi sarà un fiocco di neve.)

2) La macchina risponderà "CLESSIDRA" ogni volta che si inserisce un numero che finisce per 1, o 2, o 3, o 4 (cioè che dà resto 1, o 2, o 3, oppure 4 quando viene diviso per 10); risponderà "FIOCCO DI NEVE" ogni volta che si inserisce un numero che finisce per 5, o 6, o 7 (cioè che dà resto 5, o 6, oppure 7 quando viene diviso per 10); risponderà "SOLE" ogni volta che si inserisce un numero che finisce per 8, o 9, o 0 (cioè che dà resto 8, o 9, oppure 0 quando viene diviso per 10).

3) Se il fregio è composto da 8724 disegni il modulo costituito dai primi 10 simboli si ripete 872 volte e in più ci sono i primi 4 simboli (4 clessidre); perciò le clessidre sono 3492 ($=872 \times 4+4$), i fiocchi di neve sono 2616 ($=872 \times 3$) e così pure i soli.

4) Ci sono 3 soli ogni 10 disegni e, dato che $712=3 \times 237+1$, ci sono 2370 disegni per i primi 711 ($=3 \times 237$) soli; il 712-esimo sole si trova nella sequenza successiva, e il primo sole di questa sequenza è all'ottavo posto, quindi il numero corrispondente al 712-esimo sole è 2378.

(Fra i primi 10 simboli che si ripetono, la clessidra occupa il primo, il secondo, il terzo e il quarto posto; perciò la 15-esima clessidra si troverà nella quarta ripetizione ($15=4 \times 3+3$), al posto contrassegnato dal numero 33.)

5) Se si inserisce nella macchina il numero k e l'oggetto "CLESSIDRA", la macchina comincerà a dividere k per 4. Ci sono quattro possibilità:

- se k è un multiplo di 4, allora $k=4q$ e la k -esima clessidra si trova al posto $10q-6=10(q-1)+4$;
- se k ha resto 1 quando lo si divide per 4, cioè $k=4q+1$, la k -esima clessidra si trova al posto $10q+1$;
- se k ha resto 2 quando lo si divide per 4, cioè $k=4q+2$, la k -esima clessidra si trova al posto $10q+2$;
- se k ha resto 3 quando lo si divide per 4, cioè $k=4q+3$, la k -esima clessidra si trova al posto $10q+3$.

Se si inserisce nella macchina il numero k e l'oggetto "FIOCCO DI NEVE", la macchina comincerà a dividere k per 3. Ci sono tre possibilità:

- se k è un multiplo di 3, allora $k=3q$ e il k -esimo fiocco di neve si trova al posto $10q-3=10(q-1)+7$;
- se k ha resto 1 quando lo si divide per 3, cioè $k=3q+1$, il k -esimo fiocco di neve si trova al posto $10q+5$;
- se k ha resto 2 quando lo si divide per 3, cioè $k=4q+2$, il k -esimo fiocco di neve si trova al posto $10q+6$.

Se si inserisce nella macchina il numero k e l'oggetto "SOLE", la macchina comincerà a dividere k per 3. Ci sono tre possibilità:

- se k è un multiplo di 3, allora $k=3q$ e il k -esimo sole si trova al posto $10q$;
- se k ha resto 1 quando lo si divide per 3, cioè $k=3q+1$, il k -esimo sole si trova al posto $10q+8$;
- se k ha resto 2 quando lo si divide per 3, cioè $k=4q+2$, il k -esimo sole si trova al posto $10q+9$.