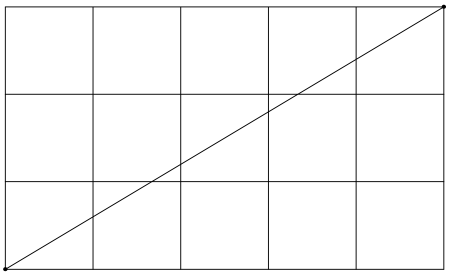
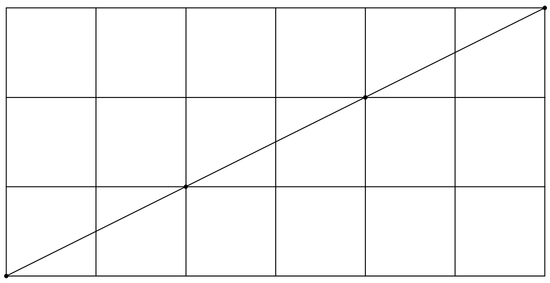
II media	2004	Tappa 1	MCD Aritmetica	

Sulla carta a quadretti, disegna un rettangolo che ha un lato di 3 quadretti e l'altro di 5, e traccia poi la diagonale di questo rettangolo.
Ti accorgerai che questa diagonale non passa da nessuno degli incroci della quadrettatura (a parte i suoi due estremi che sono nei vertici del rettangolo): chiameremo questi rettangoli "simpatici".
Invece, se parti da un rettangolo di lati 3 e 6 quadretti, la diagonale passa da altri due incroci della quadrettatura oltre ai due estremi: chiameremo questi rettangoli "antipatici".



(rettangolo 3x5)

(rettangolo 3x6)



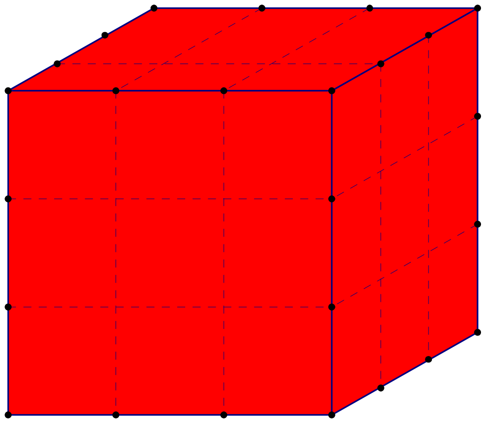
1) Sono "simpatici" o "antipatici":
- un quadrato di lato 4 quadretti;
- un rettangolo di lati 4 e 6 quadretti (scriviamo 4x6);
- un rettangolo 4x7;
- un rettangolo 4x8.

2) Ci sai dare un esempio di due numeri, a e b, abbastanza grandi (maggiori di 100) per i quali sei sicuro che il rettangolo axb è "simpatico"?

3) Nel caso di rettangoli "antipatici", conta in quanti segmenti è divisa la diagonale (ad esempio: è divisa in tre nel caso del rettangolo 3x6 disegnato sopra): chiameremo questo numero "coefficiente di antipatia".
   Sai immaginare come questo "coefficiente di antipatia" dipende dai lati del rettangolo?

II media	**2004**	**Tappa 2**	**Geometria solida** **Cubo** **Contare**	

Avete un cubo di lato 30 cm tutto verniciato di rosso sull'esterno.



1) Lo volete tagliare in tanti cubi uguali di lato 10 cm: quanti ne risultano?
Di questi, quanti hanno 4 facce rosse?
Quanti ne hanno solo 3? E 2? E soltanto una?
Quanti non hanno nessuna faccia rossa?

2) Che cosa accade se fate la stessa cosa partendo però da un cubo colorato con due colori in modo che due facce opposte siano colorate di blu (ad esempio, quella sopra e quella sotto) e le altre 4 di rosso?

II media	**2004**	**Tappa 3**	**Aritmetica modulare** **Divisione e resto**	

Nell’atrio di un castello c’è una decorazione che comincia così:

🕸 🕸 🕸 🍀 🍀 🕸 🕸 🕸 🍀 🍀 🕸 🕸 🕸 🍀 🍀 🕸 🕸 🕸 🍀 🍀

e prosegue in maniera regolare, sempre uguale, girando per tutte le stanze del castello.

Ogni disegno ha vicino in piccolo un numero e seguendo i numeri si può fare un giro per l’intero castello.

🕸1 🕸2 🕸3 🍀4 🍀5 🕸6 🕸7 🕸8 🍀9 🍀10 🕸11 🕸12 🕸13 🍀14 🍀15

Il castello è molto grande e, quando si arriva all’uscita, si è arrivati addirittura al numero 7548, sicché, fra ragnatele e quadrifogli, ci sono in tutto 7548 simboli.

Trovate qui sotto molte domande.

Per le prime 7 basta che ci rispondiate con un numero o con una sola parola (ragnatela o quadrifoglio); per le ultime 2 invece dovete spiegarci per bene il ragionamento che state facendo.

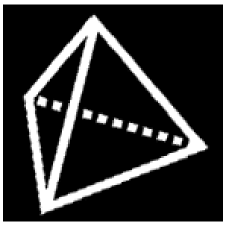
Scegliete pure voi a quante e a quali domande volete mandarci una risposta.

1) In corrispondenza del numero 38 c’è una ragnatela o c’è un quadrifoglio?
2) In corrispondenza del numero 1000 c’è una ragnatela o c’è un quadrifoglio?
3) In corrispondenza del numero 2783 c’è una ragnatela o c’è un quadrifoglio?
4) Qual è il numero che corrisponde alla 28-esima ragnatela?
5) Qual è il numero che corrisponde alla 272-esima ragnatela?
6) Qual è il numero che corrisponde alla 574-esima ragnatela?
7) Quante ragnatele e quanti quadrifogli sono disegnati in totale nel fregio che decora il castello?
8) Quali operazioni avete fatto per rispondere alla domanda n.3? Ci piacerebbe che voi ci rispondeste in un modo così chiaro che si possa dalla vostra risposta capire un procedimento generale. Pensate quindi di avere a disposizione una persona (o una macchina) che fa i conti per voi: volete dare a questa persona un foglietto di istruzioni (che sia il più semplice possibile!) in modo che poi, ogni volta che dite alla persona un numero tra 1 e 7548, seguendo le istruzioni che avete scritto nel foglietto la persona vi può rispondere “ragnatela” o “quadrifoglio”, a seconda di qual è il simbolo in quella posizione.
9) Ciascun quadrifoglio ha come “vicini di casella” una ragnatela e un quadrifoglio, mentre fra le ragnatele alcune hanno come “vicini di casella” una ragnatela e un quadrifoglio, e altre hanno due ragnatele. Come facciamo a distinguere le prime dalle seconde? Quali “vicini di casella” ha la centesima ragnatela? Quali “vicini di casella” ha la ragnatela che sta nella casella contrassegnata dal numero 172?

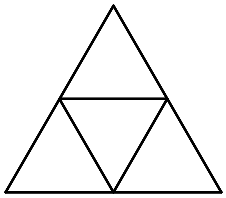
II media	**2004**	**Tappa 4**	**Geometria solida** **Cubo, altri poliedri** **Sviluppo**	

I quesiti di questa tappa riguardano cubi, tetraedri e i loro sviluppi.

Tutti sapete che cos'è un cubo e immaginiamo che sappiate anche che cos'è lo sviluppo di un cubo, quello che usate quando volete costruire un cubo di cartoncino. Un tetraedro è, come nella figura qui sotto, una piramide che ha per base un triangolo. I tetraedri che esamineremo qui hanno per base un triangolo equilatero e anche tutte le facce sono triangoli equilateri. Se immaginate di tagliarli lungo tre spigoli che escono da un vertice e poi di appiattirli, otterrete un grosso triangolo equilatero diviso in quattro come qui sotto: questo è uno sviluppo.



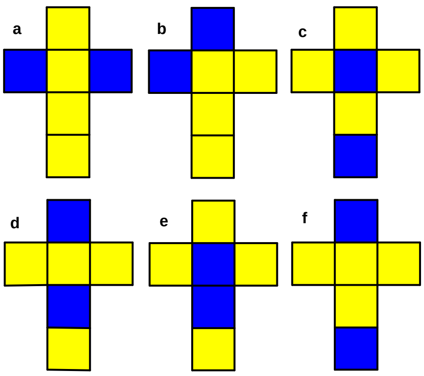
TETRAEDRO

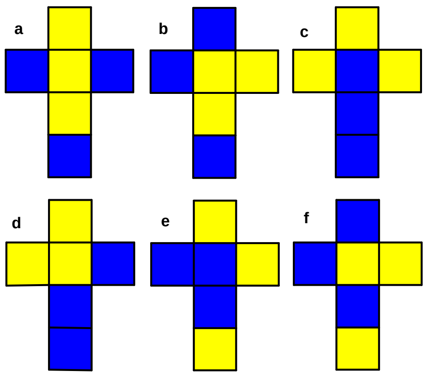


UNO SVILUPPO DI UN TETRAEDRO

Nelle domande, vi si chiede di decidere quali tra gli sviluppi disegnati rappresentino lo stesso oggetto (per esempio: lo stesso cubo). Noi, quando diciamo che un certo poliedro è "uguale" a un altro, intendiamo dire che rigirando fra le mani uno dei due riusciamo a metterlo in una posizione in cui abbia esattamente lo stesso aspetto del secondo. Se voi intendete una cosa diversa, ditecelo.

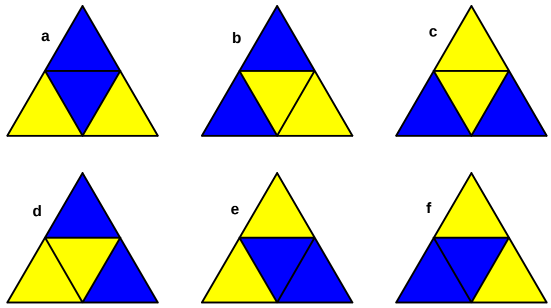
1. Le sei figure qui sotto, a sinistra, sono gli sviluppi di sei cubi colorati con due colori, ciascuno con due facce blu e quattro facce gialle. Quanti e quali sono i cubi uguali fra loro?



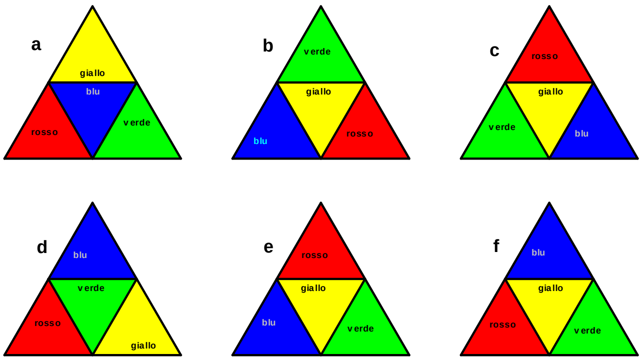


2. Le sei figure qui sopra, a destra sono gli sviluppi di sei cubi colorati con due colori, ciascuno con tre facce blu e tre facce gialle. Quanti e quali sono i cubi uguali fra loro?

3. Le prossime sei figure rappresentano gli sviluppi di sei tetraedri regolari (piramidi, che hanno per base un triangolo equilatero) con due facce gialle e due facce blu. Quanti e quali sono i tetraedri uguali fra loro?



4. Le sei figure qui sotto rappresentano gli sviluppi di sei tetraedri regolari (piramidi, che hanno per base un triangolo equilatero) con le quattro facce colorate con quattro colori diversi. Quanti e quali sono i tetraedri uguali fra loro?



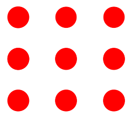
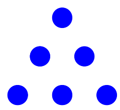
5. Tornate sulle risposte che ci avete dato e cercate di individuare, nei quattro casi, una strategia per rispondere. Se voi avete capito come si fa e state telefonando a un vostro amico che ha lo stesso problema (ma voi non vedete le figure sul foglio che ha in mano), come fate a suggerirgli un modo per procedere?

II media	**2004**	**Tappa 5**	**Aritmetica** **Contare** **Potenze** **Numeri grandi** **Multipli e divisori**	

L'insegnante della classe di Alice sta ricordando che cosa significa "elevare un numero al quadrato": elevare 3 al quadrato significa fare 3×3, e si indica con 3^2.

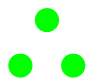
Alice chiede come mai si elevino i numeri "al quadrato" e non li si elevi "a triangolo". L'insegnante è sconcertata dall'obiezione di Alice e le chiede di spiegare meglio quale sia la sua idea.

Alice allora dispone 9 palline in un quadrato e poi 6 palline in un triangolo, come si vede in figura, e poi dà la sua spiegazione.

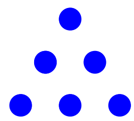



Così come si scrive $1^2=1$, $2^2=4$, $3^2=9$,… secondo lei si potrebbe scrivere $1^{tri}=1$, $2^{tri}=3$, $3^{tri}=6$,… chiamando questi numeri "numeri triangolari".

$1^{tri}=1$

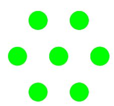


$2^{tri}=3$



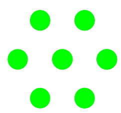
$3^{tri}=6$

Barbara, compagna di banco di Alice, si appassiona al gioco e mette le palline a esagoni

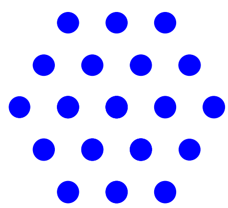


sostenendo che $1^{esa}=1$, $2^{esa}=7$, $3^{esa}=19$,… e che questi sono i "numeri esagonali".

$1^{esa}=1$



$2^{esa}=7$



$3^{esa}=19$

Domande:

1. Quanto fa 4^{tri}, 5^{tri}, 6^{tri}?
2. Quanto fa 40^{tri}, 50^{tri}, 60^{tri}?
3. Quanto fa 4^{esa}, 5^{esa}, 6^{esa}?

4. Quanto fa 40^{esa}, 50^{esa}, 60^{esa}?
5. Sapreste dare un procedimento generale con cui - a partire da un numero (volendo potete chiamarlo n) - indicare le operazioni da fare per calcolare n^{tri}? E n^{esa}?
6. A Barbara stanno più simpatici i numeri esagonali, e a Alice stanno più simpatici i numeri triangolari; Barbara osserva che i numeri esagonali sono tutti dispari, mentre fra i numeri triangolari alcuni sono pari e altri sono dispari. Alice afferma però di essere in grado di prevedere esattamente quando un numero triangolare è pari e quando è dispari proprio come uno sa che 13746159307 è dispari senza fare nessun conto. 137461593016^{tri} è pari o dispari? Perché?

II media	**2004**	**Tappa 6**	**Geometria solida** **Cubo** **Contare**	
II media	**2004**	**Tappa 6**	**Aritmetica modulare**	

PRIMO QUESITO

1. Ho un cubo di lato 40 cm, tutto dipinto di rosso all'esterno. Lo affetto in cubetti di lato 10 cm. Domande:
   - Quanti cubetti ottengo?
   - Quanti non hanno nessuna faccia rossa?
   - Quanti hanno una sola faccia rossa?
   - Quanti hanno due facce rosse?
   - Quanti hanno tre facce rosse?
   - Quanti hanno 4 o più facce rosse?
2. Rispondere alle stesse domande del punto 1 partendo da un cubo di lato 70 cm.

SECONDO QUESITO

Nel paese di Pincopallo, per la festa annuale, si decora la via principale con dei festoni di palloncini colorati. Il primo festone comincia così:

●	●	●	●	●	●	●	●
rosso	rosso	rosso	blu	giallo	giallo	giallo	Verde
1	2	3	4	5	6	7	8

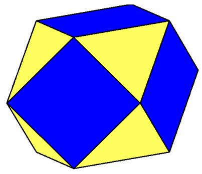
e continua sempre uguale.
Subito sotto, è appeso un altro festone che comincia così

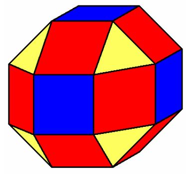
●	●	●	●	●	●
rosso	verde	verde	giallo	blu	Blu
1	2	3	4	5	6

e anche questo continua sempre uguale. In tutto ci sono 12.000 palloncini, 6.000 in ciascuno dei due festoni.
Domande:
1. Sono di più i palloncini rossi o i palloncini blu? Sapete rispondere a questa domanda PRIMA di aver risposto alla successiva?
2. Trovate il numero complessivo dei palloncini rossi, di quelli gialli, di quelli verdi e di quelli blu.
3. Nella posizione corrispondente al numero 1 ci sono due palloncini rossi, uno in ciascuno dei due festoni, uno sopra l'altro. Qual è la posizione successiva in cui trovate due palloncini rossi uno sopra l'altro nei due festoni?

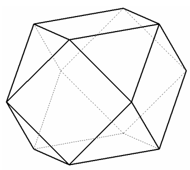
II media	2005	Tappa 1	Geometria solida Altri poliedri Contare	

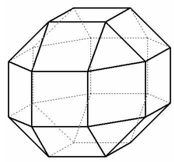
Una classe vuole costruire una serie di dadi di forma un po' bizzarra e si propone di cominciare dai due poliedri riprodotti nelle figure 1 e 2 qui sotto (fatti entrambi di quadrati e triangoli equilateri).


1.


2.

Alcuni vogliono costruirli con il cartoncino, ritagliando le facce e unendole con lo scotch. Altri vogliono costruirne solo gli scheletri (come nelle figure 3 e 4), per esempio usando delle cannucce per gli spigoli e dei nettapipe[1] per unire queste cannucce; oppure usando stuzzicadenti uniti con palline di pongo; oppure ancora, come in certi giochi che esistono in commercio, usando bacchette e palline magnetiche.


3.


4.

I ragazzi si dividono in quattro gruppi (a seconda di quale poliedro costruiscono e in quale delle due modalità) e si accorgono che, per poterli costruire, devono rispondere ad alcune domande che scriviamo qui sotto. Sapreste aiutarli a rispondere?

1. Il primo gruppo ha bisogno di sapere quanti sono i triangoli e quanti i quadrati nel primo dado (figure 1 e 3).
2. Il secondo gruppo ha bisogno di sapere quanti sono i triangoli e quanti i quadrati nel secondo dado (figure 2 e 4).
3. Il terzo gruppo ha bisogno di conoscere il numero degli spigoli del primo dado, per sapere quante bacchette vanno utilizzate.
4. Il quarto gruppo ha bisogno di conoscere il numero degli spigoli del secondo dado, per sapere quante bacchette vanno utilizzate.
5. Il terzo e il quarto gruppo hanno bisogno anche di sapere di che lunghezza devono tagliare le bacchette per realizzare gli spigoli dei poliedri.
   Bernardo dice che i triangoli sono più piccoli dei quadrati, e che quindi le bacchette da usare come lato dei triangoli dovranno essere più corte di quelle usate come lato dei quadrati.
   Lucia dice invece che tutte le bacchette devono essere della stessa lunghezza, perché un triangolo si attacca a un quadrato lungo un lato, e quindi per forza questi hanno la stessa lunghezza.
   Chi ha ragione, secondo voi?

Fateci sapere se avete provato anche voi a costruire questi dadi, e se la costruzione vi è servita per rispondere alle domande.

---

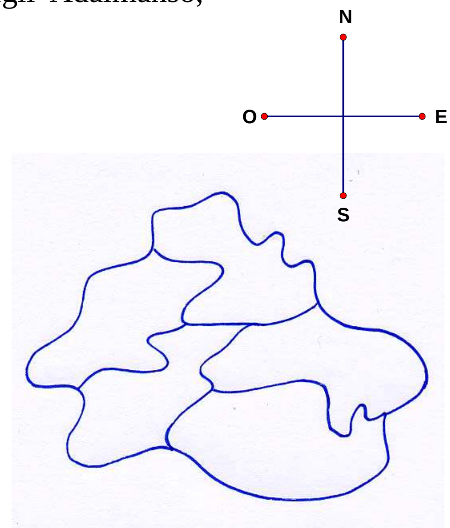
[1] sono dei piccoli scovolini che servono per pulire le pipe; si comprano nelle tabaccherie

II media	**2005**	**Tappa 2**	**Contare Permutazioni**	

Un feudo da spartire

Facciamo un passo indietro nel tempo e buttiamoci in un periodo storico molto lungo e ricco di eventi: il Medioevo. Entriamo nel castello di un signore dell'epoca, Gioacchino Cuor di Carciofo (famoso per il suo cuore tenero).

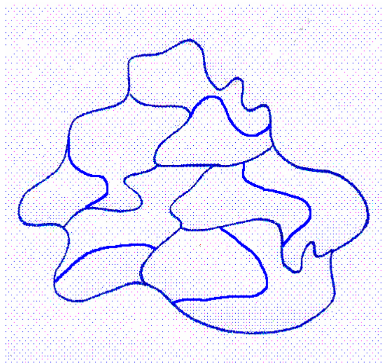
Oggi deve assegnare i territori in cui è diviso il proprio feudo ai figli Adalmanso, Benedetto, Clemente e Demetrio.



1. Se il suo feudo è fatto come nella cartina a fianco e se Gioacchino vuole continuare a mantenere per sé la regione più a nord, in quanti modi diversi può distribuire gli altri quattro territori fra i suoi quattro figli?

2. E se invece a Gioacchino interessasse mantenere il governo di una regione (qualsiasi, non necessariamente quella a nord), in quante diverse maniere si potrebbero distribuire i cinque territori fra Gioacchino e i suoi quattro figli?

3. La difesa del feudo è assegnata a dieci dei suoi più valorosi cavalieri e ogni cavaliere ha il controllo di uno dei dieci territori in cui l'intero feudo è stato diviso. Se all'inizio di ogni mese i dieci cavalieri si distribuiscono diversamente sui dieci territori, basterà un anno perché si realizzino tutte le possibili distribuzioni dei dieci cavalieri sui dieci territori? E se il cambiamento venisse fatto una volta al giorno anziché una volta al mese?



II media	2005	Tappa 3	Aritmetica MCD	

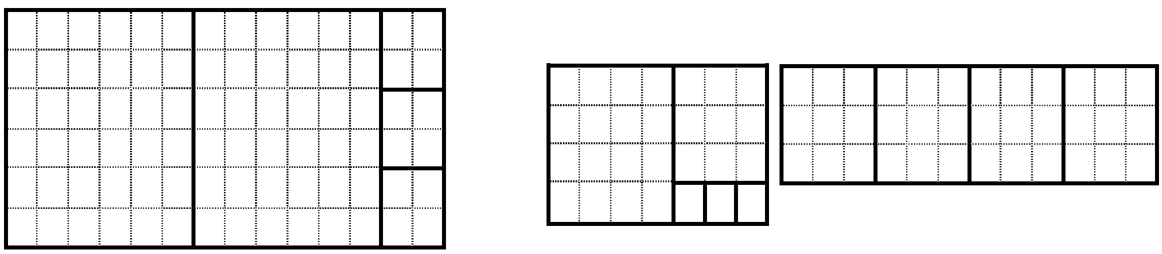
Nel Medioevo le donne nobili erano dame colte, capaci di leggere, scrivere, suonare, fare di conto e quando i loro mariti erano lontani per la guerra erano perfettamente in grado di gestire gli affari del feudo.

In particolare, Donna Letizia, moglie di Gioacchino Cuor di Carciofo, è appassionata di matematica e anche oggi si sta divertendo a sfidare le sue cortigiane con un curioso quesito:

“Scegliete due numeri naturali. Su un foglio quadrettato disegnate un rettangolo i cui lati misurino tanti quadretti quanto indicato dai due numeri scelti. Eseguite poi queste operazioni:

- costruite nel rettangolo un quadrato che abbia per lato il lato minore del rettangolo; se ce ne sta più di uno, costruite tutti i quadrati uguali al primo che riuscite; eventualmente avanzerà un nuovo rettangolo, più piccolo, avente come lato maggiore il lato minore del rettangolo di partenza;
- fate ora la stessa operazione sul rettangolo più piccolo ottenuto… e continuate finché non avrete “affettato” tutto il rettangolo di partenza in quadrati di dimensioni diverse;
- considerate il quadratino più piccolo, fra i vari che avete ottenuto, e considerate la misura in quadretti del suo lato.

In questo modo a partire da due numeri (i lati *a* e *b* del rettangolo di partenza) avete ottenuto un altro numero (il lato *n* del quadratino).”
Donna Letizia mostra loro questi disegni e aggiunge:



“Vedete? A partire dai numeri 6 e 14 si ottiene il numero 2; dai numeri 7 e 4 si ottiene il numero 1; dai numeri 3 e 12 si ottiene il numero 3.
Sapreste dirmi che numero si ottiene a partire da 1.000 e 244?”
Ma le cortigiane rispondono di non avere un foglio di carta abbastanza grande per disegnare il rettangolo.
Donna Letizia dice, allora: “Non avete bisogno di disegnarlo se capite la maniera con cui si ricava il lato del quadratino a partire dai lati del rettangolo!”

E voi sapreste aiutare le cortigiane di Donna Letizia?
Vi consigliamo di fare comunque prima un po’ di prove con dei numeri più piccoli, magari disegnando i rispettivi rettangoli, e organizzando le vostre osservazioni in una tabella, per esempio

come la seguente (*a* e *b* sono i lati del rettangolo di partenza e *n* è il lato del quadratino più piccolo che si ottiene):

a	*b*	*n*
6	14	2
7	4	1
12	3	3
…	…	..

1 Sapreste dirci che numero si ottiene a partire da:

- 18 e 27
- 20 e 21
- 15 e 24
- 4 e 33
- 150 e 72
- 55 e 34?

2 Sapreste descrivere in generale come si ottiene il numero *n* della terza colonna a partire dai due numeri *a* e *b* delle prime due colonne?

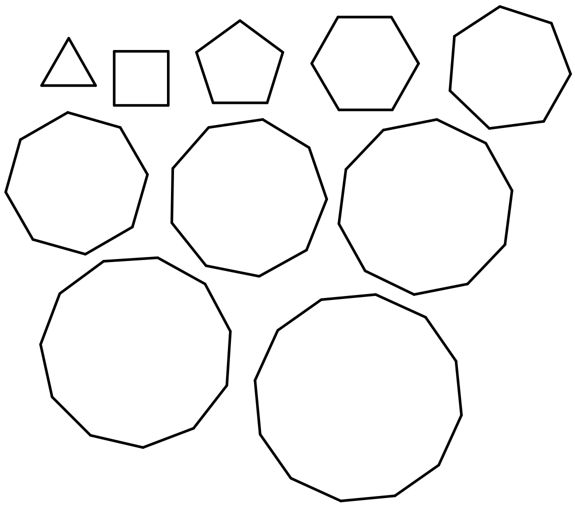
3 Sapreste rispondere alla domanda di Donna Letizia?

II media	2005	Tappa 4	Geometria piana Tassellazioni	

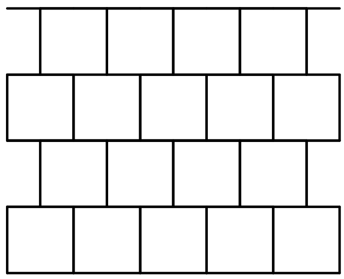
Nuovi pavimenti per il castello

Aria di rinnovamento nel castello di Gioacchino Cuor di Carciofo! Mastro Guglielmo, artista di corte, è stato incaricato di rifare i pavimenti del palazzo; il palazzo di Gioacchino ha moltissime stanze e a Mastro Guglielmo piacerebbe fare in ogni stanza un pavimento diverso.

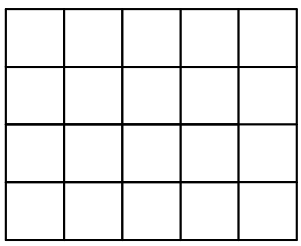
Mastro Guglielmo ha a disposizione delle piastrelle che aveva ottenuto lavorando pietre pregiate; queste piastrelle hanno la forma di poligoni regolari (cioè poligoni con angoli uguali e lati uguali) di tutti i tipi, e tutte le piastrelle hanno un lato di 15 cm; ve ne mostriamo qui alcune:



Ora deve stabilire come posarle in ogni sala, tenendo conto di questa condizione che, a suo parere, garantisce un buon risultato artistico: le piastrelle devono attaccarsi fra di loro lato contro lato. Per esempio mastro Guglielmo non accetterebbe mai una piastrellatura come nella figura qui a fianco:



Volendo usare dei quadrati, allora, l'unica pavimentazione possibile è quella della figura qui sotto e Mastro Guglielmo decide di usarla per la camera da letto dei signori.



Mastro Guglielmo vuole ora pavimentare altre stanze del palazzo, usando nella stanza un solo tipo di piastrelle: scopre però che in alcuni casi riesce e in altri no.

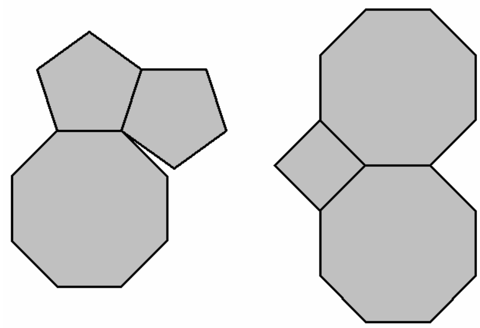
Fai anche tu delle prove per vedere come vengono i pavimenti usando i vari poligoni.

1. Sapete aiutare Mastro Guglielmo a capire che possibilità ha? Quante altre stanze riuscite a pavimentare con un solo tipo di piastrella? Quali forme avete usato come piastrelle?
2. Sapete dire PERCHÉ quelle che avete trovato sono tutte e non ce sono altre?

A mastro Guglielmo restano molte altre stanze da pavimentare e gli viene in mente allora che potrebbe anche mescolare in una stessa stanza dei tipi diversi di piastrelle.

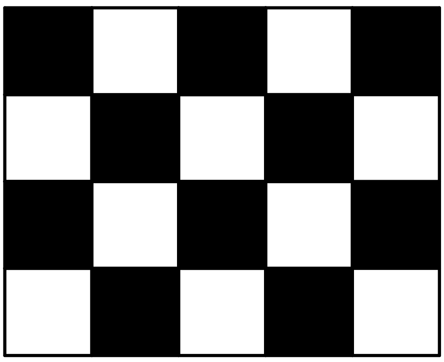
Naturalmente ha bisogno di trovare delle combinazioni di piastrelle che si incastrino per bene e non lascino interstizi.

Ad esempio non andrebbe bene la combinazione di due pentagoni e un ottagono, mentre andrebbe bene la combinazione di due ottagoni e un quadrato.



3. Sapete aiutare mastro Guglielmo e trovare delle altre combinazioni di poligoni regolari, di due tipi diversi, che potrebbero essere usate in un altro pavimento?
4. Sapete trovare anche delle combinazioni di poligoni regolari di tre tipi diversi, che potrebbero essere usate in un altro pavimento?

Mastro Guglielmo ha a disposizione le sue mattonelle in due colori diversi, e, per maggiore varietà, vorrebbe usare entrambi i colori in ogni pavimento, ma pretende che due mattonelle che si toccano lungo un lato abbiano sempre colori diversi. Può per esempio usare due colori nella stanza da letto con il pavimento in quadrati



Non sempre però ci riesce.

5. Fra i pavimenti che avete trovato, quali si possono costruire con mattonelle di due colori secondo queste regole?
6. Sapreste aiutare Guglielmo a capire, senza ogni volta far le prove con le mattonelle, quando è possibile usare due colori diversi con queste regole e quando no?

II media	2005	Tappa 5	Aritmetica Potenze Divisione e resto	

Gioacchino Cuor di Carciofo si rivela, anche nei suoi sogni, un signore buono e generoso con i suoi sudditi… Questa notte ha sognato che il suo compleanno si trasformava in una festa per tutto il popolo, perché vassalli e valvassori si recavano a palazzo presentandogli come dono tante pagnotte da distribuire ai più bisognosi. Ciascun ospite, quando superava il ponte levatoio e arrivava al portone del castello, chiedeva quante pagnotte aveva portato l'ospite precedente e poi ne regalava il triplo. Al suo risveglio Giacchino si domanda se il sogno può essere realizzabile.

1. Supponendo che il primo ospite porti una sola pagnotta, quante pagnotte dovrà portare il quinto ospite? E il decimo?

I vassalli e valvassori del regno di Gioacchino sono 57 e Gioacchino vorrebbe sapere quante pagnotte dovrebbe portare l'ultimo ospite, ma si rende presto conto che si tratta di un numero così grande che gli ci vorrebbe troppo tempo per calcolarlo.

2. Secondo voi quanto è grande questo numero? Avrà più o meno di 10 cifre? Avrà più o meno di 50 cifre? Sapete motivare la vostra risposta?

Il compleanno di Gioacchino si avvicina per davvero; Gioacchino ha sempre in mente il suo sogno e gli viene un'idea brillante: nel suo sogno i numeri crescevano a dismisura, ma se invece di prendere il numero si prendesse soltanto la cifra finale di quello stesso numero (la cifra delle unità, per intendersi), questo comunque non sarà mai più grande di 10, quindi non diventerà così grande come il numero del suo sogno, anche se dovessero arrivare vassalli e valvassori dai reami vicini.
Certo 10 pagnotte non è un gran regalo, ma basterà cambiare regalo … e a Gioacchino piace molto il cinghiale. Vorrà dire che dopo il banchetto di cinghiali i resti potranno anche essere distribuiti ai bisognosi (Gioacchino è buono e generoso, si sa, ma … fino a un certo punto!).
Ed ecco come il gran ciambellano organizza la parata dei doni per il compleanno di Gioacchino:

- il primo ospite porterà un cinghiale;
- il secondo ospite porterà tre cinghiali;
- il terzo ospite porterà nove cinghiali;
- il quarto ospite porterà sette cinghiali (il triplo di 9 è 27, e l'ultima cifra di 27 è 7);
- …
- ogni ospite guarda quanti cinghiali porta l'ospite precedente, fa il triplo di questo numero e ne prende l'ultima cifra: questo è il numero di cinghiali che dovrà portare.

La festa è un gran successo, e arrivano tantissimi ospiti…

3. Quanti cinghiali porta il 20.esimo ospite? E il 30.esimo? e il 50.esimo?
4. Ci sarà un ospite che porta 8 cinghiali?
5. Quali sono gli ospiti fortunati a cui tocca portare un solo cinghiale?

Al banchetto, fra un cinghiale e l'altro, Donna Letizia stupisce poi tutti i convitati con un'improvvisa domanda: "Qual è secondo voi l'ultima cifra di 3^{5785}?", aggiungendo: "In fondo, basta solo capire come avete portato i cinghiali...!"

6. Qual è la risposta alla domanda di Donna Letizia?

II media	**2005**	**Tappa 6**	**Geometria solida** **Altri poliedri** **Contare**	
II media	**2005**	**Tappa 6**	**Contare** **Permutazioni**	
II media	**2005**	**Tappa 6**	**Potenze** **Numeri grandi** **Divisione e resto**	
II media	**2005**	**Tappa 6**	**Geometria piana** **Tassellazioni**	

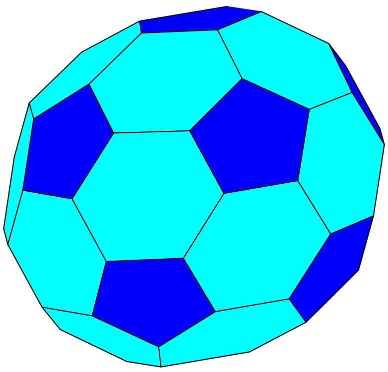
Una sfida tra fratelli

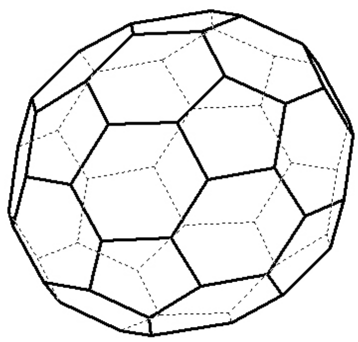
I figli di Gioacchino Cuor di Carciofo avranno il privilegio di studiare, quando saranno più grandi, nelle più importanti sedi universitarie del periodo, dove studieranno Legge e Diritto, Filosofia e Teologia, Poesia e Grammatica e, infine, Medicina.

Se vorranno continuare gli studi matematici, di cui sono appassionati, dovranno farlo sotto la guida di Frate Sapienza, che è da sempre il loro maestro personale e che è anche il responsabile della biblioteca del castello. Oggi li ha messi alla prova con una sfida tra fratelli. Ecco le parole di Frate Sapienza per ciascun quesito...

PRIMO QUESITO

Si vuole costruire un poliedro come quello in figura, fatto di pentagoni e esagoni regolari. Assomiglia un po' ad un pallone di quel nuovo gioco che vi piace tanto... come si chiama? Calcio?!?





Vi pongo allora alcune domande:

a. Quanti sono i pentagoni che costituiscono il poliedro?
b. Quanti sono gli esagoni che costituiscono il poliedro?
c. Quanti sono gli spigoli?

SECONDO QUESITO

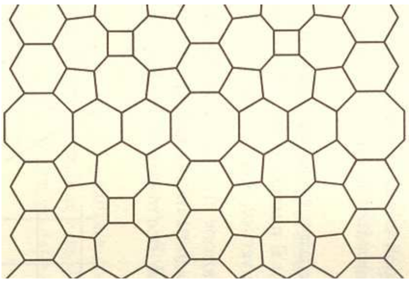
a. In quante maniere diverse si possono disporre cinque persone in fila indiana?
b. In quante maniere diverse si possono disporre cinque persone in circolo?

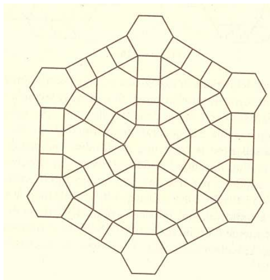
TERZO QUESITO

a. Qual è l'ultima cifra del numero 3^{127}?
b. E di 145673×145673?
c. E di 145673^{127}?

QUARTO QUESITO

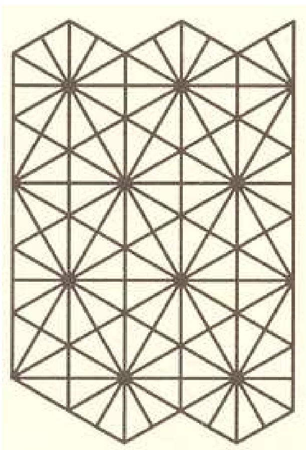
Venite con me nelle sale della biblioteca che sono pavimentate come è qui riprodotto nelle figure A e B.
Una di queste due pavimentazioni è costruita proprio secondo le regole di Mastro Guglielmo (ricordate: le piastrelle devono essere posate in modo che si incastrino perfettamente e non lascino interstizi); nell'altra, invece, queste regole non sono rispettate.
Quale delle due è quella che **NON** segue le regole di Mastro Guglielmo?

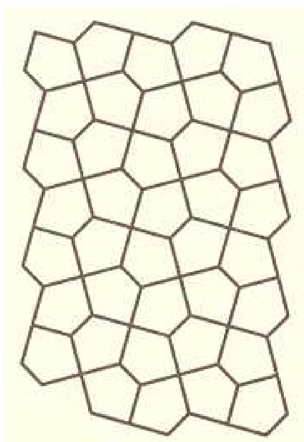

A


B

La pavimentazione delle ultime due sale è riprodotta qui sotto nelle figure C e D.
Quale di queste due pavimentazioni può essere ottenuta con mattonelle di due colori secondo le regole di Mastro Guglielmo (ricordate: Mastro Guglielmo pretende che due mattonelle che si toccano lungo un lato abbiano sempre colori diversi)?
Scegliete una tra le seguenti risposte:

1. C perché il numero di mattonelle che hanno in comune un vertice è sempre pari
2. C perché tutte le mattonelle sono triangoli
3. D perché il numero di mattonelle che hanno in comune un vertice è sempre pari
4. D perché tutte le mattonelle sono pentagoni


C


D

II media	2006	Tappa 1	Geometria solida Cubo Contare	

Tra dadi e cubi

Emma e Giulio hanno a disposizione due colori (il rosso e il blu), un mucchio di DADI aventi due facce opposte colorate di giallo (la faccia dell'1 e la faccia del 6) e un mucchio di CUBI, anch'essi aventi due facce opposte colorate di giallo.

Decidono di colorare tutte le facce dei DADI dividendosi i compiti: Giulio per le facce 2, 3, 4 e 5 usa solo il blu, Emma solo il rosso. Ottengono alcuni dadi che hanno due facce gialle e quattro facce blu e altri che hanno due facce gialle e quattro rosse.

Dopo un po' Emma propone a Giulio di usare per ogni dado tutti e due i colori. Anzi, per rendere meno noioso il loro lavoro, si divertono a realizzare dadi tutti diversi, rispettando la regola che ogni faccia sia comunque colorata di uno stesso colore (o tutta blu o tutta rossa).

Producono perciò tutti i possibili DADI diversi fra loro e poi passano a colorare i CUBI, continuando nel gioco di cercare di dipingerli in modo diverso. Nasce però una discussione: Giulio sostiene che un CUBO è come un DADO e che quindi otterranno tanti cubi tutti diversi quanti sono i dadi diversi trovati prima; Emma, invece, ritiene che, non essendoci più i puntini a distinguere le facce del dado, non c'è differenza, per esempio, fra un cubo che ha la faccia corrispondente al 3 rossa e la faccia corrispondente al 4 blu e un altro che ha la faccia corrispondente al 4 rossa e la faccia corrispondente al 3 blu.

Vi domandiamo:

1. Quanti DADI diversi fra loro riescono a ottenere Emma e Giulio?
2. Chi ha ragione fra Emma e Giulio?
3. Quanti CUBI diversi fra loro riescono a ottenere?

Avete finito troppo presto e avete voglia di scervellarvi ancora?

4. Se i CUBI non avessero avuto le due facce opposte colorate di giallo e Emma e Giulio avessero dovuto usare i colori rosso e blu per tutte le sei facce, in quanti modi diversi avrebbero potuto colorare i cubi?
5. Se i DADI non avessero avuto le due facce opposte colorate di giallo e Emma e Giulio avessero dovuto usare i colori rosso e blu per tutte le sei facce, in quanti modi diversi avrebbero potuto colorare i dadi?

II media	**2006**	**Tappa 2**	**Aritmetica** **Potenze** **Numeri grandi**	

Concorso per giovani matematici

Ad un concorso per giovani matematici i due premi in palio sono strani: il premio A garantisce a chi lo ottiene una vincita di un euro all’ora per un anno; chi vince il premio B, invece, prende 1 euro nella prima settimana, 2 euro nella seconda, 4 euro nella terza, 8 euro nella quarta e così via per sei mesi.

Vi domandiamo:

1. Quanto hanno guadagnato dopo un mese Emma e Giulio, sapendo che hanno vinto rispettivamente il premio A e il premio B?
2. Se poteste scegliere, vorreste vincere il premio di Giulio o quello di Emma?
3. Alla fine, dopo aver incassato quanto previsto dai premi, Giulio può acquistare una casa? E Emma?

II media	2006	Tappa 3	Probabilità Geometria piana Triangoli	

Estrazioni e triangoli

Giulio ha giocherellato tutto il pomeriggio con un gran numero di bacchette di legno avanzate al papà falegname. Esse sono di cinque lunghezze diverse: 4 cm, 8 cm, 12 cm, 16 cm e 20 cm.

Cercando di formare dei triangoli con le bacchette si è reso conto che la loro scelta non può essere casuale: se, per esempio, si prendono due bacchette lunghe 16 cm e una lunga 8 cm si riesce a costruire un triangolo, ma se si prendono due bacchette lunghe 8 cm e una lunga 16 cm non si riesce.

Ora Giulio ha preso una bacchetta di 12 cm e ha deciso di lasciare alla sorte la scelta delle altre due. Prende allora un sacchetto contenente cinque gettoni numerati (4, 8, 12, 16 e 20); quando estrae un gettone con un dato numero può scegliere una bacchetta della corrispondente lunghezza.

Vi domandiamo:

1. Giulio estrae un gettone, sceglie la bacchetta corrispondente, lo rimette nel sacchetto, mescola, ne estrae un altro e prende la seconda bacchetta. Quante possibilità su tutte quelle esistenti ci sono che queste due bacchette, insieme a quella di 12 cm che ha già in mano, formino un triangolo?
2. Quante possibilità su tutte quelle esistenti ci sono che il triangolo costruito risulti un triangolo isoscele?

Avete finito troppo presto e avete voglia di scervellarvi ancora?

3. Cambia qualcosa se Filippo pesca il secondo gettone senza prima ributtare nel sacchetto il primo gettone pescato?
4. Cambia qualcosa se la bacchetta di partenza presa da Filippo è lunga 4 cm? E se, invece, è lunga 20 cm?

II media	2006	Tappa 4	Aritmetica modulare Divisione e resto	

Incisioni animalesche

In una grandissima e antica grotta sono state scoperte delle successioni di incisioni rupestri raffiguranti gatti, colombe e cani; oltre ad essere ancora magnificamente colorate, hanno la caratteristica che i disegni si ripetono in modo regolare.

Una successione – riprodotta qui in bianco e nero – è questa:

 …

Vi domandiamo:

1. Di che colore è il 27-esimo disegno?
2. In che posizione è il 15-esimo cane?
3. Di che colore è il 5427-esimo disegno?
4. In che posizione è il 358-esimo gatto?
5. Se in totale i disegni della successione sono 8508, quanti sono i gatti? E quante sono le colombe? Quanti i cani?
6. Quali operazioni avete fatto per rispondere alla domanda n° 3? Rispondete, pensando di stendere un foglietto di istruzioni (il più semplice possibile!) per una macchina che fa i conti per voi e che segue le vostre indicazioni alla lettera. Ogni volta che inserite in questa macchina un numero tra 1 e 8508, essa, seguendo le istruzioni che avete scritto, vi risponde “gatto” o “colomba” o “cane”, a seconda di qual è il disegno corrispondente a quella posizione.

Avete voglia di affrontare anche un’altra successione?

Qui è riprodotta, sempre in bianco e nero, una seconda successione:

 …

7. Di che colore è il 27-esimo disegno?
8. In che posizione è la 23-esima colomba?
9. Di che colore è il 7745-esimo disegno?
10. In che posizione è il 483-esimo cane?
11. Se in totale i disegni di questa successione sono 8452, quanti sono i cani? E quante le colombe?

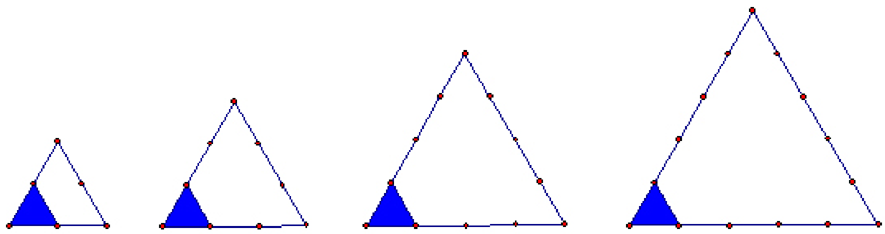
II media	2006	Tappa 5	Geometria piana Area Similitudine	

Questione di aree

In un palazzo il pavimento di una sala è costituito da mattonelle tutte uguali fra loro, a forma di triangolo equilatero. La sala stessa è pure un triangolo equilatero e il lato della sala è lungo 50 volte il lato di una mattonella.

Vogliamo sapere quante mattonelle ci sono volute per piastrellare questa sala.

Cominciamo da alcune domande più semplici a partire da questi disegni.



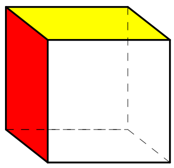
1. Se l'area del triangolo piccolo colorato vale 1, quanto vale l'area del triangolo con lato doppio? E quella del triangolo con lato triplo? E quella del triangolo con lato quadruplo? E quella del triangolo con lato 5 volte quello di partenza?
2. Se l'area della mattonella vale 1, quanto vale l'area della sala da piastrellare?
3. E che cosa succede, secondo voi, nel caso di una sala di forma quadrata il cui lato è 30 volte il lato di una mattonella di forma quadrata? Se l'area della mattonella vale 1, quanto vale l'area della sala?
4. E che cosa succede, secondo voi, nel caso di una sala a forma di esagono regolare il cui lato è 20 volte il lato di una mattonella a forma di esagono regolare? Se l'area della mattonella vale 1, quanto vale l'area della sala?
5. Sapete immaginare come si potrebbe rispondere al problema in generale: se il lato della sala a forma di triangolo equilatero fosse uguale a n volte il lato di una mattonella a forma di triangolo equilatero, quante mattonelle occorrono per piastrellare la sala? E se il lato della sala a forma di quadrato fosse uguale a n volte il lato di una mattonella a forma quadrata, quante mattonelle occorrono per piastrellare la sala? E se il lato della sala a forma di esagono regolare fosse uguale a n volte il lato di una mattonella a forma di esagono regolare, quante mattonelle occorrono per piastrellare la sala?

(Attenzione! Non stiamo chiedendo di calcolare le aree e non c'è bisogno di conoscere nessuna formula: basta riconoscere quanti poligoni piccoli occorrono per ricoprire il poligono grande, eventualmente tagliandoli e non lasciandoli interi)

II media	**2006**	**Tappa 6**	**Geometria solida** **Cubo** **Contare**	
II media	**2006**	**Tappa 6**	**Aritmetica** **Numeri grandi** **Potenze**	
II media	**2006**	**Tappa 6**	**Aritmetica** **Multipli e divisori** **Probabilità**	
II media	**2006**	**Tappa 6**	**Geometria piana** **Area** **Similitudine**	

1. Cubi un po' Arlecchini

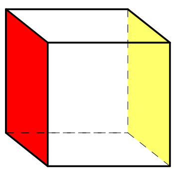
Immaginate di avere un cubo con due facce adiacenti colorate rispettivamente di rosso e di giallo (come vedete, per esempio, nella figura qui sotto).



Immaginate di avere a disposizione altri quattro colori (blu, nero, verde, azzurro).

a. Se volete pitturare le facce non colorate con i quattro colori che avete a disposizione in modo che alla fine le sei facce del cubo siano colorate con i sei diversi colori, in quanti modi potete farlo?

b. E in quanti modi si potrebbero pitturare i cubi se in partenza le due facce colorate fossero state parallele (come, per esempio, nella figura qui sotto)?



2. Due numeri pazzeschi

Se vi ricordate il significato delle scritture 100! e 2^{300}, sicuramente avete presente che sono due numeri molto molto grandi, così grandi che non riusciamo a scriverli neanche con l'aiuto di una calcolatrice.

Alcune cose su questi numeri, però, possiamo individuarle…

a. Quale dei due è più grande?

b. Qual è la cifra finale di 2^{300}?

c. 100! è un multiplo di 100, quindi possiamo dire subito che finisce con la cifra 0: sapete dire quanti sono esattamente gli zeri finali di questo numero?

(Vi siete ricordati? 100! = 100 · 99 · 98 · … · 3 · 2 · 1)

3. *Scommesse*

Avete a disposizione un sacchetto che contiene tutti i numeri da 1 a 60 e decidete di estrarre un numero a caso:

a. Vi conviene scommettere sul fatto che il numero estratto è pari o sul fatto che è multiplo di 3?

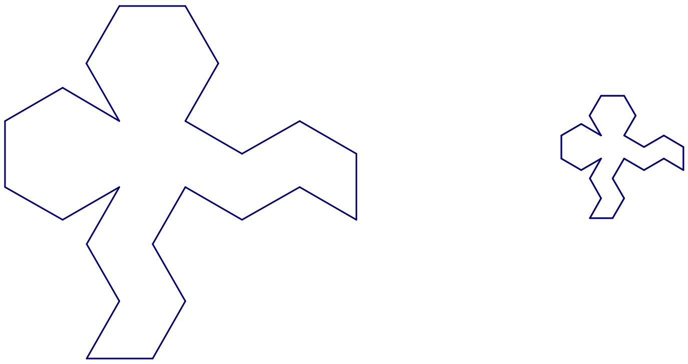
b. Vi conviene scommettere sul fatto che il numero estratto è dispari o sul fatto che non è multiplo di 3?

c. Vi conviene scommettere sul fatto che il numero estratto è multiplo di 6 o sul fatto che dà resto 2 nella divisione per 6?

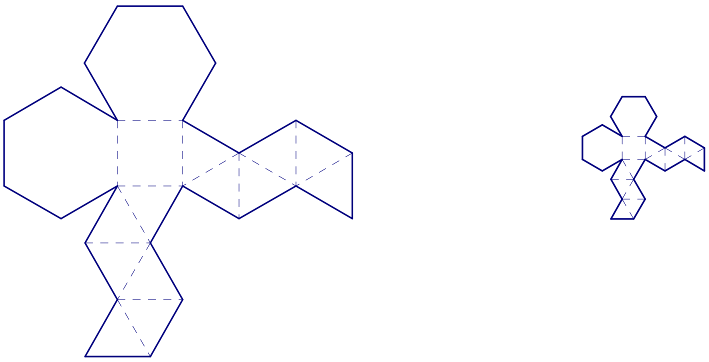
d. Vi conviene scommettere sul fatto che il numero estratto è multiplo di 7 o sul fatto che dà resto 5 nella divisione per 7?

4. *Rimpicciolimenti*

La figura a destra è un rimpicciolimento di quella a sinistra; i lati di entrambe sono tutti uguali fra loro e il lato del poligono a destra è la terza parte del lato del poligono a sinistra.



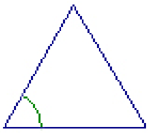
Vi domandiamo: se l'area del poligono a destra vale 1 sapete dire quanto vale l'area del poligono a sinistra? Vi occorre un suggerimento? Guardate queste figure.



II media	2008	Tappa 1	Aritmetica Frazioni Geometria piana Tassellazioni	

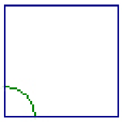
Cosa hanno di particolare le frazioni 1/6, 1/4, 3/10, 1/3, 5/14, 3/8, 7/18, … e in che senso possiamo dire che sono tutte “dello stesso tipo”? Vediamolo qui sotto:

$$\frac{1}{6}=\frac{3-2}{3\times 2}$$



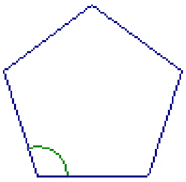
L’angolo del triangolo equilatero è 1/6 dell’angolo giro.

$$\frac{1}{4}=\frac{4-2}{4\times 2}$$



L’angolo del quadrato è 1/4 dell’angolo giro.

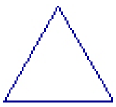
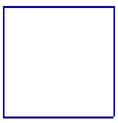
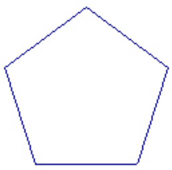
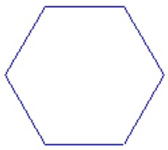
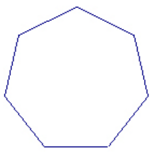
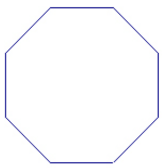
$$\frac{3}{10}=\frac{5-2}{5\times 2}$$

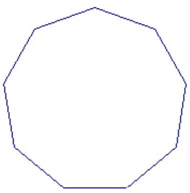
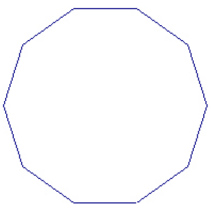
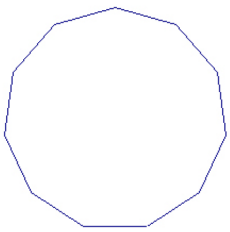
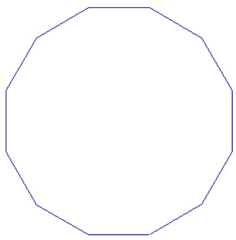


L’angolo del pentagono regolare è 3/10 dell’angolo giro.

eccetera…

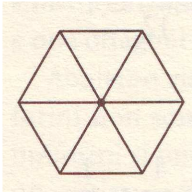
Le frazioni della lista sono proprio quelle che misurano l’angolo interno di un poligono regolare rispetto all’angolo giro.

3	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
					
1/6	**1/4**	**3/10**	**1/3**	**5/14**	**3/8**

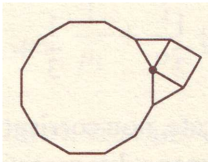
9	**10**	**11**	**12**
			
7/18	**2/5**	**9/22**	**5/12**

Allora trovare un po’ di frazioni come quelle da cui siamo partiti la cui somma dà 1 equivale a trovare dei poligoni regolari che si possano incastrare intorno a un punto senza sovrapposizioni né interstizi. Per esempio:

1/6+1/6+1/6+1/6+1/6+1/6=1 **A**



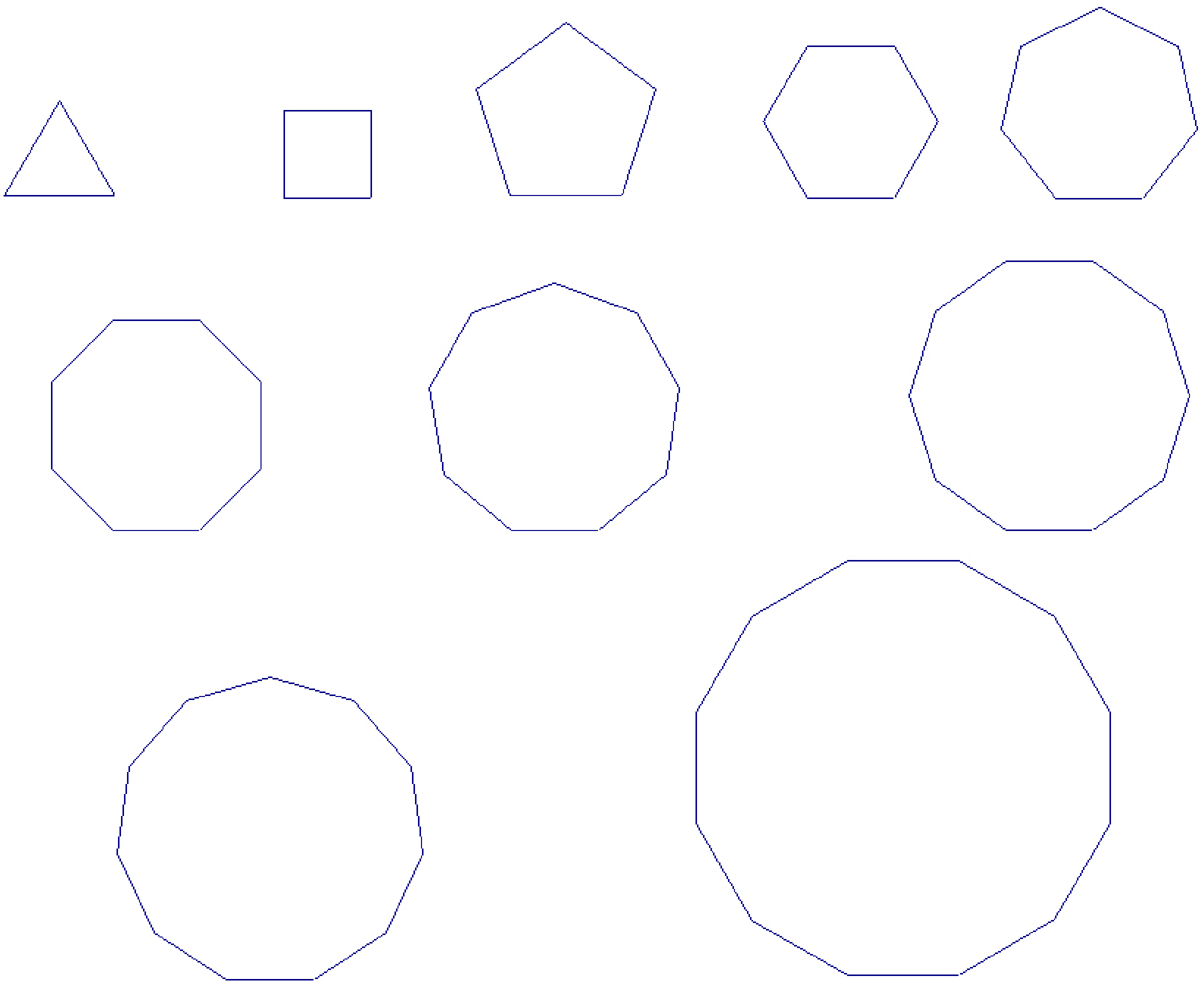
1/6+1/4+1/6+5/12=1 **B**



1) Sapete trovare tutti gli altri esempi di tipo **A**, in cui ci sono solo poligoni tutti uguali tra loro?

2) Sapete trovare almeno altri due esempi di tipo **B**?

NB: ricordatevi che potete anche fabbricare delle mattonelle che abbiano per forma i diversi poligoni regolari (p. es. con delle fotocopie dei fogli allegati) e provare sperimentalmente ad unirle.
.

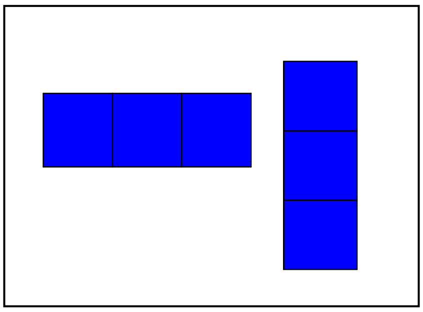


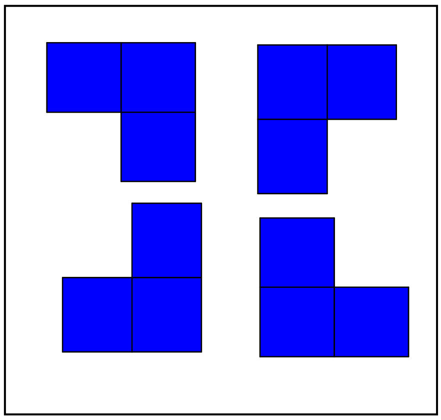
II media	**2008**	**Tappa 2**	**Geometria piana** **Dissezioni** **Area e similitudine** **Tassellazioni**	

Proviamo a accostare tre quadrati lato contro lato.

A **B**

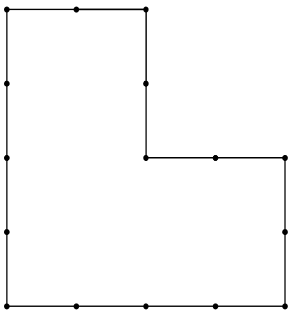
Riusciamo a costruire solo due diversi tipi di mattonelle (**A** e **B**) se ci mettiamo d'accordo di considerare uguali quelle mattonelle che si ottengono l'una dall'altra rigirandole, come le due qui sotto a sinistra o le quattro qui sotto a destra.





Se prendiamo quattro copie della prima di queste mattonelle (**A**) riusciamo a usarle per fabbricare un poligono simile alla mattonella di partenza, ma di lati doppi.

1) Con quattro copie della seconda mattonella (**B**) – rigirata come volete – riuscite a costruire un poligono che ha la stessa forma della mattonella di partenza, ma ha lati doppi?



2) Quante mattonelle diverse ottenete accostando invece quattro quadrati lato contro lato? Provate a disegnarle.

Avete finito troppo presto e avete voglia di scervellarvi ancora?

3) Per ciascuno dei poligoni che avete trovato al punto 2), prendetene quattro, tutti uguali e con questi quattro provate a tassellare (cioè a riempire senza sovrapposizioni né interstizi) un quadrato di lato 4.
Solo in un caso questo non sarà possibile. Sapete indicare quale?

4) Per ciascuno dei poligoni che avete trovato al punto 2), prendetene quattro, tutti uguali e con questi quattro provate a tassellare un poligono che ha la stessa forma della mattonella di partenza, ma ha lati doppi.

5) Per ciascuno dei poligoni che avete trovato al punto 2), immaginate di averne a disposizione quanti ne volete, tutti uguali fra loro e decidete se con questi è possibile tassellare l’intero piano.

II media	**2008**	**Tappa 3**	**Aritmetica modulare Divisione e resto**	

Si sta considerando la possibilità di presentare un progetto per decorare i corridoi di una linea metropolitana con un fregio che parte come quello qui sotto e prosegue poi sempre nella stessa maniera.

⌛⌛⌛⌛❄❄❄☼☼☼⌛⌛⌛⌛❄❄❄☼☼☼ …

Ogni disegno ha vicino (sulla destra) un piccolo numero, in questo modo:

⌛1 ⌛2 ⌛3 ⌛4 ❄5 ❄6 ❄7 ☼8 ☼9 ☼10 ⌛11 ⌛12 ⌛13 ⌛14 ❄15 ❄16 ❄17 …

Il corridoio è molto lungo e alla fine si contano 8724 simboli.

1) In corrispondenza del numero 1524 c'è una clessidra, un fiocco di neve o un sole? (Un suggerimento: se trovate la domanda difficile, cominciate a dire cosa c'è in corrispondenza del numero 37).
2) Quali operazioni avete fatto per rispondere a questa prima domanda? Ci piacerebbe che voi ci rispondeste in un modo così chiaro che si possa dalla vostra risposta costruire un procedimento generale. Pensate di dover stendere un foglietto di istruzioni (il più semplice possibile) per una macchina che fa i conti per voi e che segue le vostre indicazioni alla lettera. Ogni volta che inserite in questa macchina un numero tra 1 e 8724 (per esempio: "1524"), volete che essa, seguendo le istruzioni che avete scritto, vi risponda "clessidra" o "fiocco di neve" o "sole", a seconda di qual è il disegno corrispondente a quella posizione.
3) Quante clessidre, quanti fiocchi di neve e quanti soli sono disegnati in totale nel fregio che decora la metropolitana?
4)Qual è il numero che corrisponde alla 15-esima clessidra?
5) Qual è il numero che corrisponde al 712-esimo sole?

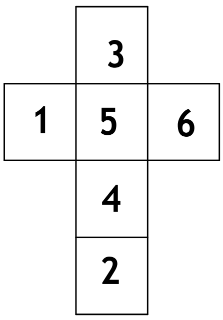
Avete finito troppo presto e avete voglia di scervellarvi ancora?
6) Quali operazioni avete fatto per rispondere alla domanda 5? Come per la domanda 2, ci piacerebbe che voi ci rispondeste pensando di dover stendere un foglietto di istruzioni per una macchina. Questa volta dovete immaginare di inserire nella macchina un numero *k* (nell'esempio: *k*="712") e il tipo di uno dei tre oggetti (per esempio: "sole") e volete che essa vi risponda con un altro numero, cioè quello che indica dove sta sul fregio il *k*-esimo oggetto di questo tipo (nell'esempio: il 712-esimo sole).

II media	**2008**	**Tappa 4**	**Geometria solida** **Cubo** **Sviluppo** **Contare**	

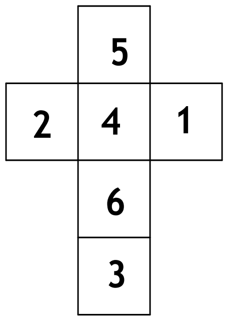
Trovate qui accanto il disegno di un dado **X**

X

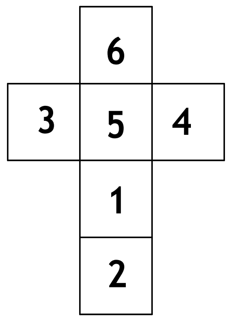
e qui sotto gli sviluppi **A**, **B**, **C**, **D**, **E** di 5 cubi con le facce numerate (lo sviluppo di un cubo è quello che usate quando volete costruire un cubo di cartoncino).



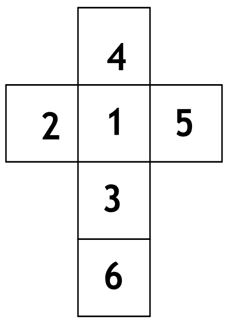
A



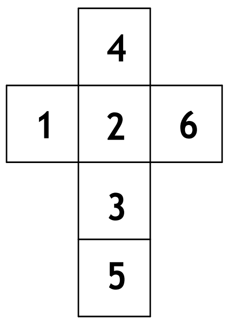
B



C



D



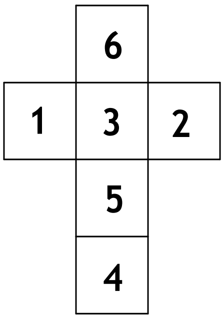
E

1) Potete dire se qualcuno fra gli sviluppi **A**, **B**, **C**, **D**, **E**, una volta che viene ripiegato in un cubo, diventa uguale al dado **X**? Uno solo o più di uno? (ricordatevi che in un vero dado i numeri sulle facce opposte hanno somma 7; e vi garantiamo noi che **X** è proprio un vero dado).
2) E c’è fra gli sviluppi **A**, **B**, **C**, **D**, **E** qualche vero dado che invece è diverso dal dado **X**? Uno solo o più di uno?
3) E c’è anche qualche cubo numerato in maniera tale da non essere un vero dado? Uno solo o più di uno?

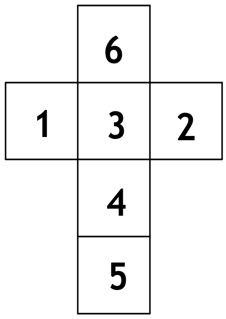
4) Quanti “veri dadi” diversi fra loro riuscite a trovare fra gli sviluppi **A**, **B**, **C**, **D**, **E**? E secondo voi se ne potrebbero trovare degli altri (altri dadi veri, diversi, di cui non abbiamo qui disegnato lo sviluppo)? Cercate di spiegare il perché della vostra risposta.

Volete continuare?

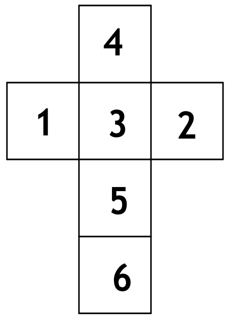
5) Qui sotto avete invece sei cubi numerati che, una volta ripiegati, non sono sicuramente dei veri dadi, dato che, tutti quanti, hanno la faccia 1 opposta alla faccia 2. Sono tutti diversi o ci sono dei doppioni? Ci sono qui disegnati tutti i cubi numerati diversi che hanno la faccia 1 opposta alla faccia 2 oppure ne manca qualcuno?



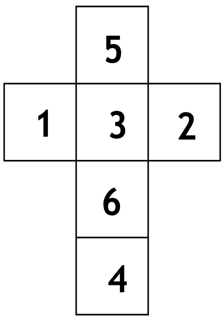
1



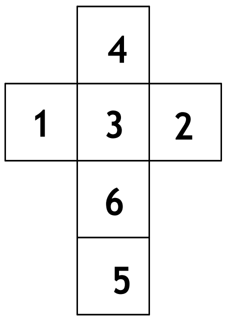
2



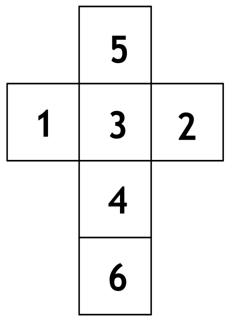
3



4

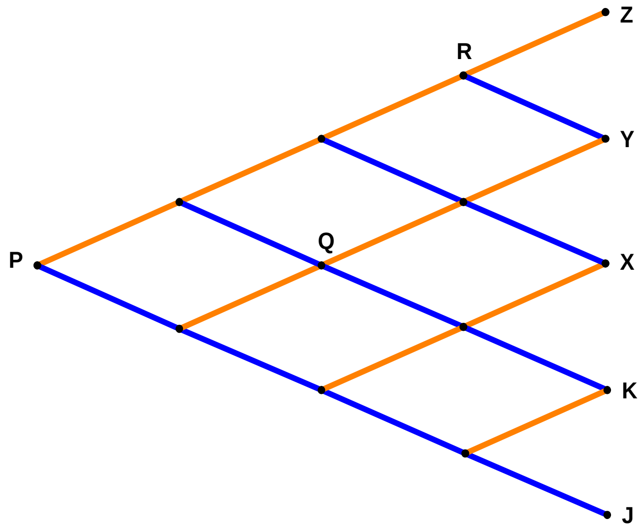


5



6

II media	2008	Tappa 5	Probabilità Contare Triangolo di Tartaglia	



Il reticolo rappresentato in figura mostra i possibili risultati del lancio di un gettone che abbia una faccia blu e una faccia arancione.

Partendo da sinistra (e muovendosi lungo i rami del reticolo soltanto verso destra) ogni snodo corrisponde a un lancio del gettone che potrà cadere o con la faccia blu o con quella arancione rivolta verso l'alto. Se la faccia è blu, allora si segue il ramo blu che va in basso, se la faccia è arancione invece, si segue quello arancione che va verso l'alto.

Per esempio, si può arrivare allo snodo **Q** in due maniere: con il cammino "blu-arancio" (BA) oppure con quello "arancio-blu" (AB)**.**

Invece lo snodo **R** si raggiunge solo con il percorso AAA.

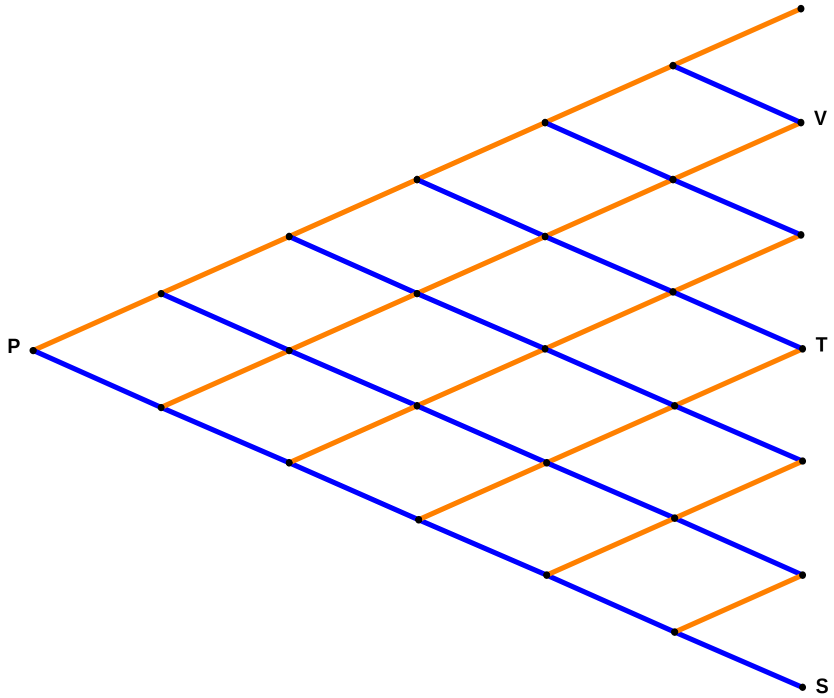
1) Partendo da **P**, quanti percorsi diversi portano a **K**? E a **X**?

2) Quanti percorsi diversi portano a una qualunque delle cinque posizioni più a destra **J**, **K**, **X**, **Y**, **Z**?

3) Quindi, se voi doveste scommettere sul punto di arrivo, tra il punto **K** e il punto **X**, quale scegliereste? Perché?

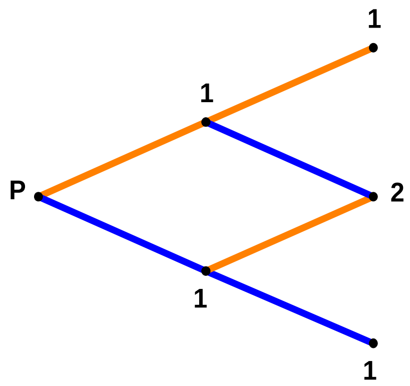
Volete continuare?

4) Considerate ora un reticolo come questo:



Se doveste di nuovo scommettere sul punto di arrivo, tra il punto **S**, il punto **T** e il punto **V**, quale scegliereste? E perché?

Un modo per rispondere a questa domanda è quello di scrivere accanto a ogni snodo del reticolo un numero che indica in quante maniere diverse si può arrivare a quello snodo (come vedete nella figura qui accanto per i primi passi).
Vi sembra un lavoro lunghissimo? Se ci provate, vi accorgerete che sarà più rapido del previsto!



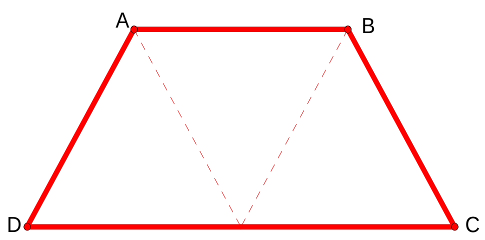
II media	**2008**	**Tappa 6**	**Aritmetica modulare** **Divisione e resto**	
II media	**2008**	**Tappa 6**	**Geometria piana** **Area** **Similitudine** **Dissezioni**	
II media	**2008**	**Tappa 6**	**Geometria solida** **Cubo** **Sviluppo**	

PRIMO QUESITO
Su un tappeto da corridoio molto lungo e molto lavorato è stata tessuta una greca che parte da un'estremità del tappeto come quella qui sotto e prosegue poi sempre nella stessa maniera.

Immaginiamo di scrivere sulla destra di ogni disegno un piccolo numero, in questo modo:

a) In totale i disegni sono 1238. L'ultimo è un bersaglio, una goccia o una freccia?
b) Qual è il numero che corrisponde al 100-esimo bersaglio?
c) Qual è il numero che corrisponde alla 100-esima goccia?
d) Qual è il numero che corrisponde alla 100-esima freccia?

SECONDO QUESITO
Avete tante mattonelle che hanno la forma di un trapezio isoscele, come quello disegnato qui sotto, cioè ottenuto accostando tre triangoli equilateri:

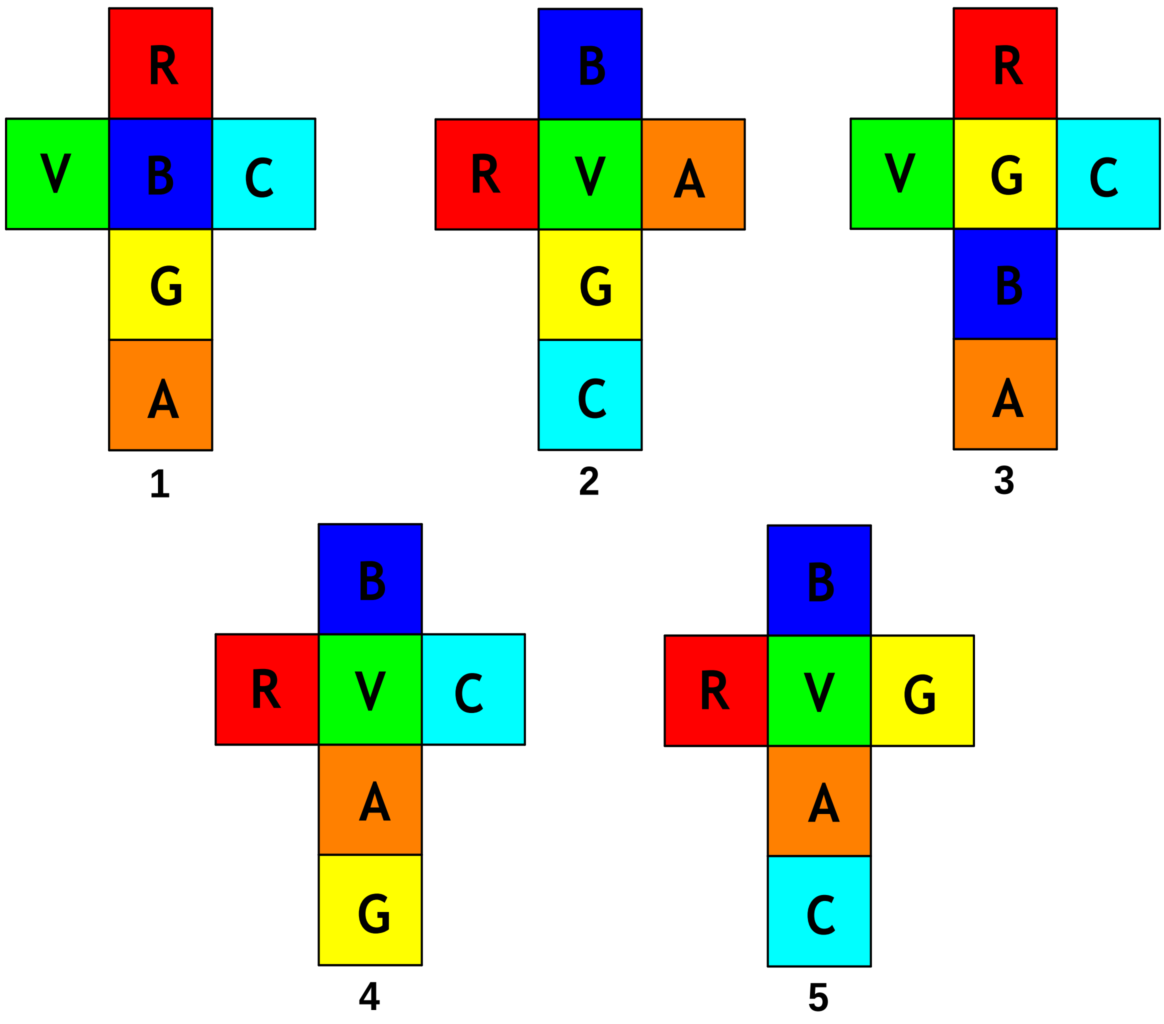


E' possibile - rigirando le mattonelle come volete - tassellare (cioè riempire senza sovrapposizioni né interstizi):

a) Un poligono che ha la stessa forma della mattonella di partenza, ma ha lati di lunghezza di lunghezza doppia? Se sì, quante mattonelle vi occorrono?
b) Un esagono regolare di lato uguale alla base maggiore DC della mattonella di partenza? Se sì, quante mattonelle vi occorrono?
c) Un esagono regolare di lato cinque volte la base minore AB della mattonella di partenza? Se sì, quante mattonelle vi occorrono?

TERZO QUESITO
Ruggero e Sabrina stanno colorando un’intera cassetta di cubi.
Hanno vernici di sei colori e stabiliscono di usare un colore diverso su ciascuna faccia dei cubi.
Ruggero è un po’ rigido di carattere e pretende sempre di dettar legge. Ha deciso che per dire che un cubo è colorato “bene” occorre che abbia:

- La faccia rossa opposta alla gialla;
- La faccia blu opposta alla arancione;
- La faccia verde opposta alla celeste.

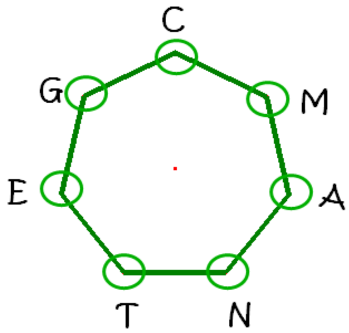


a) Fra gli sviluppi **1, 2, 3, 4, 5** quanti e quali cubi sono colorati bene (secondo Ruggero)?

b) Potete dire se fra gli sviluppi **1, 2, 3, 4, 5** ce ne sono due che una volta ripiegati in un cubo sono fra loro uguali?

II media	2009	Tappa 1	Aritmetica modulare	

Nonno Renato stufo di fare l'ingegnere si dà al giardinaggio; ma... ha sempre in mente i suoi disegni e allora progetta il suo giardino in questo modo:



Ogni cerchietto rappresenta un'aiuola dove il nonno pianta molti fiori dello stesso tipo:
- nell'aiuola C pianta dei crocus;
- nella M pianta delle margherite;
- nella A degli anemoni;
- nella N dei narcisi;
- nella T dei tulipani;
- nella E dell'erica;
- nella G dei gigli.

I suoi tre nipoti Andrea, Luca e Marco vogliono regalare un bel mazzo di fiori alla nonna Vera e lo compongono inventando un gioco nel quale raccolgono i fiori con un ordine ben preciso: Andrea fa una conta partendo da C con una filastrocca di 15 battute e prende 5 fiori dall'aiuola che corrisponde all'ultima battuta, Luca fa lo stesso ma usa una filastrocca di 35 battute e Marco chiede aiuto agli altri perché la sua filastrocca è di 82 battute e non vuole contare fino in fondo ma vuole sapere subito su che aiuola andrà a finire.
Vi domandiamo:

1. Potete aiutare voi Marco?
2. Sapete quali fiori comporranno il mazzo per la nonna dei ragazzi?
3. Se arriva anche Chiara che in questa stagione preferisce di gran lunga regalare erica, di quante battute può essere la sua filastrocca per consentirle di cogliere l'erica? La vostra è la sola risposta? Sapete trovare tutte le possibilità?

Avete ancora un po' di tempo e voglia di usare il vostro cervello e divertirvi?
4. Quali operazioni avete fatto per rispondere alla domanda n 3?
Immaginate di dover dare istruzioni ad un vostro amico facendo in modo che, se gli dite il tipo di fiore, vi risponda con il numero delle battute della filastrocca. Che cosa gli direste di fare?

II media	**2009**	**Tappa 2**	**Geometria solida** **Cubo** **Volume** **Contare**	

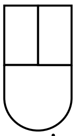
Avete 35 cubetti.

1. Qual è il dado più grande che riuscite a costruire usando il maggior numero possibile di questi cubetti?
2. Siete capaci di costruire due dadi usando TUTTI i 35 cubetti senza doverne aggiungere altri? Sapete disegnarne almeno uno?
3. Quale fra i due dadi che avete costruito occupa più spazio nella vostra classe?
4. Se costruite una torre con 27 cubetti, la torre occupa più o meno spazio nella vostra classe del dado più grande che avete costruito? Perché? Sapreste spiegarlo a un ragazzino di III elementare? E a un ragazzino di V elementare che ha appena studiato aree e volumi?
5. Se prendete della carta verde e coprite esternamente sia il dado più grande che la torre (comprese le parti che si appoggiano sul tavolo), usate più carta verde per il dado o per la torre?
6. Se prendete della vernice verde e colorate all'esterno il dado più grande, quanti cubetti hanno tutte le facce verdi? E quanti non ne hanno?

II media	2009	Tappa 3	Contare Permutazioni	

Una consulenza

Questa volta si va lontano.
C’è una scuola a Bahia in Brasile dove si sta organizzando il torneo di calcio degli studenti (i calciatori brasiliani sono famosi per essere giocatori eccezionali e il calcio è uno sport molto amato in tutto il Paese).
Il prof di educazione fisica si domanda se riuscirà a inventare un distintivo diverso per le 8 squadre che è riuscito a formare.
Il modello è il distintivo della scuola che è fatto così



Ogni parte è colorata con un colore diverso e a disposizione ci sono 3 colori (giallo, verde e rosso).
Il prof chiede la consulenza della sua collega di matematica. Se ognuna delle tre parti deve essere colorata con un colore diverso, si possono avere abbastanza distintivi per le 8 squadre?
La prof gli risponde subito di no e gli propone di spezzare in due la parte bassa in modo da avere quattro parti. Se si aggiunge il blu (la prof ama molto il blu) si possono avere abbastanza distintivi diversi anche se continua a chiedere, come sembra ragionevole, che regioni diverse abbiano colori diversi.

Vi facciamo alcune domande.

1. Perché la prof di matematica è sicura che con il distintivo diviso in tre parti non si possono ottenere distintivi diversi per tutte le squadre?
2. La prof di matematica ha ragione quando dice che con 4 colori e 4 parti si possono avere abbastanza distintivi? Qualunque sia il vostro parere, disegnate qui sotto quelli che secondo voi si ottengono in questo modo.

3. Un’altra possibile soluzione del problema per il prof di educazione fisica è quella di tenere il distintivo diviso in tre parti, ma di usare anche il blu come possibile colore: 3 parti, 4 colori. Allora si avrebbero abbastanza distintivi? Quanti?

II media	**2009**	**Tappa 4**	**Aritmetica** **MCD**	

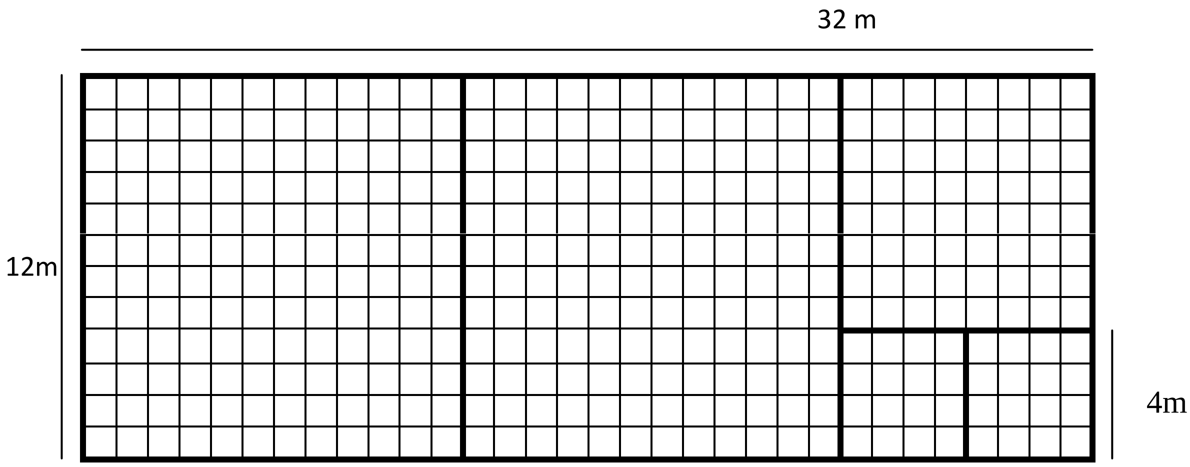
La macchina dello zio Giovanni

Marco è un grande osservatore e sabato pomeriggio è andato a trovare lo zio Giovanni, falegname espertissimo.
Lo zio ha una macchina che piace tanto a Marco. Ogni volta rimane incantato ad osservarla: entrano assi di legno rettangolari ed escono tavole di legno quadrate e non ci sono mai avanzi di legno!

Sabato l'ha studiata per ore e a sera, quando è stata spenta, Marco ha chiesto allo zio: "Se mettessi nella macchina un asse di lati 32 m e 12 m, quanto sarebbe lungo il lato del quadrato più piccolo che la macchina taglia?"
Lo zio lo guarda preoccupato: "Sei impazzito? Non esistono assi così grandi!"
Marco allora sfida lo zio: "Secondo me puoi saperlo lo stesso, guarda, la macchina funziona così:
- prima taglia tanti quadrati con il lato uguale a quello minore del rettangolo.
- Può succedere che avanzi un rettangolo che non si può ulteriormente tagliare: questo rettangolo ha il lato maggiore uguale a quello minore del rettangolo di partenza. Allora la macchina ripete l'operazione su questo secondo rettangolo di legno, cioè taglia quadrati con lato uguale a quello minore del rettangolo.
- E continua così finché ha "affettato" tutto l'asse di partenza.

Alla fine avrà sempre quadrati grandi e quadrati più piccoli e io ti dico che ho capito il suo trucco: so come si fa a calcolare il lato del quadrato più piccolo conoscendo i lati del rettangolo di partenza."

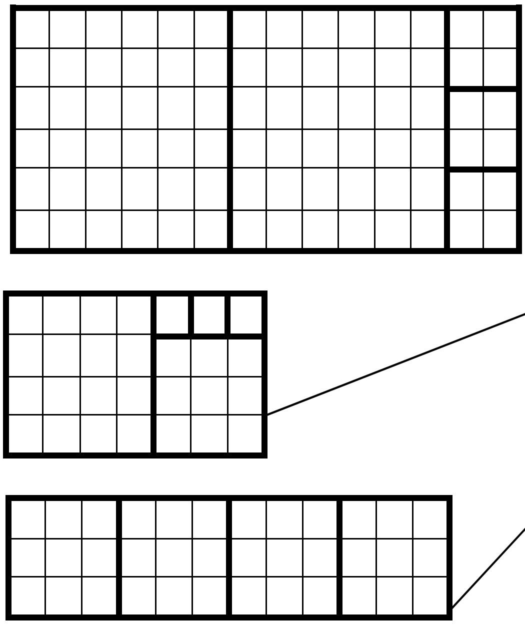
Vedendo la faccia sempre più dubbiosa dello zio, Marco – matematico esperto! - dice:
"Ecco zio, è facile!" e fa il seguente disegno :



1) Secondo voi, la macchina dello zio Giovanni potrebbe ricavare dal rettangolo di partenza delle tavole quadrate tutte uguali fra loro con lato minore di 4 senza avere scarti di legno?
Se pensate di sì, quali possono essere le misure dei lati? 1 oppure 2 oppure 3?
Sapete spiegare perché?

2) Se dal rettangolo di partenza si vogliono ottenere in questa maniera tavole quadrate tutte uguali, queste tavole potrebbero avere il lato di lunghezza maggiore di 4?

Siccome anche voi, come Marco, siete matematici esperti, provate a pensare come funziona la macchina ragionando solo con i numeri.
Seguendo il ragionamento di Marco, compilate la tabella:



Lato dell’asse di lunghezza maggiore	Lato dell’asse di lunghezza minore	Lato del quadrato più piccolo
14	6	2
7	4	1
12	3	3
27	18	….
21	20	….
33	4	….
36	9	….
42	12	….

4. È necessario continuare a fare disegni per completare la tabella?
Se no, sapreste spiegare come si ottiene il numero della terza colonna a partire dai primi due?

II media	**2009**	**Tappa 5**	**Aritmetica modulare** **Divisione e resto**	
II media	**2009**	**Tappa 5**	**Aritmetica** **Frazioni**	
II media	**2009**	**Tappa 5**	**Geometria piana** **Area** **Dissezioni**	

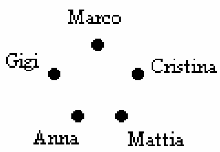
1. Anna, Gigi, Marco, Cristina e Mattia vogliono giocare a nascondino e per decidere chi "sta sotto" scelgono di utilizzare una nuova conta che hanno sentito da alcuni loro amici:

Puntino rosso
Puntino blu
Esci fuori
Proprio tu

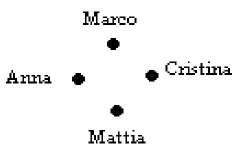
Si conta una persona per ogni sillaba della filastrocca, così

Pun-ti-no-ros-so-Pun-ti-no-blu-E-sci-fuo-ri-Pro-prio-tu

Sta sotto quello toccato con l'ultimo "tu". Sono 16 sillabe.
I bambini si dispongono in cerchio e inizia a contare Marco che decide di procedere in senso orario a partire da Cristina, alla sua sinistra.



A chi toccherà per primo cercare i compagni nascosti?
Quanti giri completi del cerchio ha dovuto fare Marco prima di scoprirlo?
Se aveste voluto che stesse sotto Marco, di quante sillabe avrebbe potuto essere composta la filastrocca? Quante risposte diverse a questa domanda riuscite a immaginare? Che numeri sono?
Ad un tratto Gigi si ricorda di avere promesso alla mamma di aiutarla in alcune faccende e lascia i compagni per tornare a casa.
I quattro amici rimasti continuano a giocare, ma è necessario ricominciare da capo per non fare torto a nessuno e si riprende a fare la conta per decidere chi "sta sotto".
Utilizzano sempre la stessa filastrocca e sarà di nuovo Marco a contare, sempre in senso orario e partendo sempre da Cristina.



A chi toccherà questa volta cercare i compagni nascosti?

Quanti giri completi di conta fa Marco prima di scoprire chi “sta sotto”? Riuscite a dare queste risposte senza fare davvero la conta? Come?

2. Nella scuola di Anna, in occasione della festa di fine anno, è stata organizzata una gara di pesca tra i papà degli alunni.
In finale sono arrivati 4 papà: quelli di Alberto, di Marco, di Lucia e di Paola.
Il giudice della gara (che ama le sfide!!) ha dichiarato che
- il papà di Alberto ha pescato 3/4 dei pesci pescati dal papà di Marco,
- il papà di Paola ha pescato 4/5 dei pesci pescati da quello di Alberto,
- il papà di Lucia ha pescato la metà dei pesci pescati in totale.

Chi è il vincitore? E il secondo classificato? E il terzo?

3. In un cassetto, dimenticate da chissà quando, ho ritrovato 30 tessere telefoniche tutte uguali (si usavano qualche anno fa per telefonare dai telefoni pubblici quando non erano così diffusi i cellulari).
Queste tessere somigliano a dei bancomat: sono rigide, rettangolari e con il lato lungo doppio di quello corto (8 cm il primo, 4 cm il secondo)
Per non perderle, visto che sono tutte colorate e allegre, voglio incollarle su un foglio di sughero e appenderlo dietro il mio tavolo.
Nel negozio sotto casa vendono solo due diversi rettangoli di sughero, il primo di 32 cm per 30 cm e il secondo di 24 cm per 40 cm. Quale è meglio comprare? Perché?

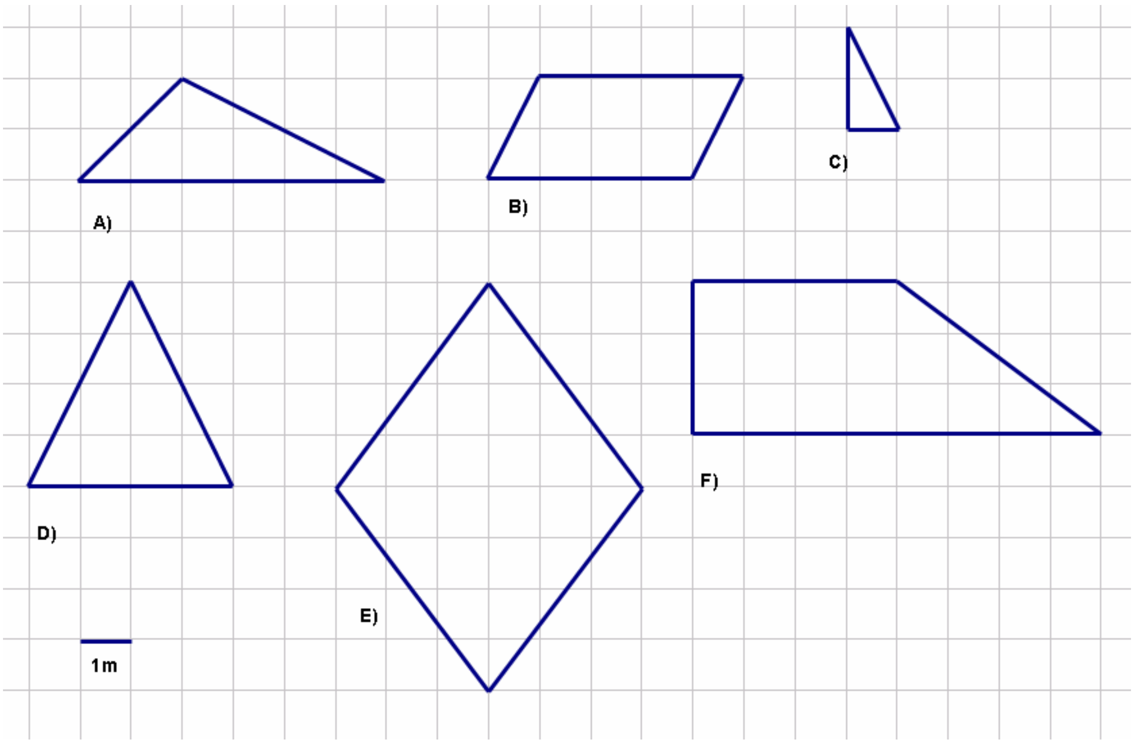
II media	2010	Tappa 1	Geometria piana Area	

Nei prossimi mesi esporremo dei modelli matematici in una scuola primaria a Ovada. Il nostro referente per il legno si chiama Angelo e frequenta la IVB. Sulle aree, finora ha imparato soltanto che l'area di un rettangolo si trova moltiplicando fra loro le misure dei suoi due lati.

Purtroppo dobbiamo mandargli le istruzioni per calcolare l'area delle figure qui sotto, perché deve darle al falegname che le impiallaccerà di noce. Come possiamo fare?

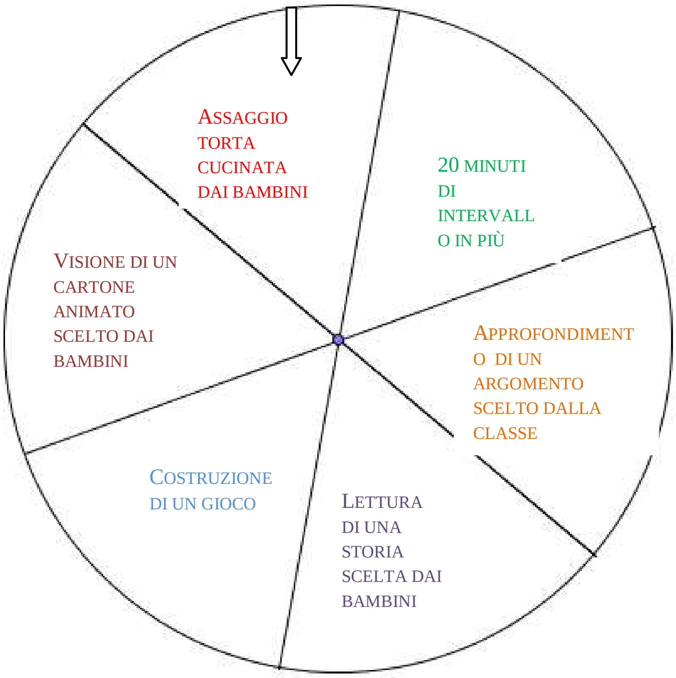
Potete scrivergli le istruzioni in modo molto chiaro usando solo quello che lui sa sull'area?

Grazie Donatella



II media	2010	Tappa 2	Aritmetica modulare	

Nella nostra classe la maestra ha trovato un bel modo (secondo lei) per premiarci quando lavoriamo bene insieme e otteniamo buoni risultati. Ve lo spiego: ha costruito una ruota, un cerchio con sei spicchi su ognuno dei quali ha scritto un premio per tutta la classe. A turno, quando decide di premiarci, fa scegliere a uno di noi un numero e gli fa girare la ruota sempre nello stesso senso, quello dell'orologio, di tanti spicchi quanti ne indica il numero scelto.
Ogni volta si inizia sempre dallo stesso spicchio, quello che permette di vincere i venti minuti di intervallo e che corrisponde al numero 1.



Se un ragazzo vuol far vincere alla classe una torta al cioccolato preparata con i compagni, quale numero deve scegliere? Ha solo una possibilità o ne ha tante? Quante?
Se invece preferisce i 20 minuti di intervallo, quali numeri deve scegliere? Perché?
La maestra, dopo averci fatto "giocare" un po' di volte, ci ha detto che lei riesce sempre - una volta scelto il premio – a trovare un numero (che non sia già stato detto) per vincere quel premio.
Donatella, puoi spiegarci come fa la maestra?
Ciao Sandra

Le rispondete voi?
Ricordatevi che dovete essere molto chiari, perché Sandra ha solo 10 anni.
Grazie della collaborazione e buon lavoro!
Donatella

II media	2010	Tappa 3	Aritmetica Frazioni Problemi di primo grado	

Oggi Lara e la sua compagna di banco sono state incaricate di restituire alla biblioteca della scuola tutti i libri che sono nell'armadio, perché ormai non c'è più spazio e alcuni ragazzi vogliono prendere altri libri.
Le due ragazze – visto che speravano di farsi aiutare dai 3 maschi della classe - hanno diviso i libri in 5 pacchi uguali.
Ma a quel punto l'insegnante ha chiesto loro di cominciare portando in biblioteca il 40% dei libri e di impegnarsi a portarne altri 2/5 (di quelli che erano nell'armadio all'inizio) il giorno dopo. In questo modo, avrebbe portato via lei gli 11 libri rimasti.
Quanti erano in tutto i libri da portare in biblioteca?
Quanti ne dovranno trasportare il giorno dopo le due ragazze?

II media	2010	Tappa 4	Frazioni Potenze Divisioni e resto Contare Problemi di primo grado	

Mari è una ragazzina lappone che non vuole più andare a scuola perché dice di essere già bravissima. Il suo papà le propone un patto: “Da oggi per i prossimi 5 giorni, ti proporrò un problema ogni sera. Se sarai in grado di risolverlo, potrai non andare a scuola il giorno dopo”. Mari accetta soddisfatta ed ecco quali sono i primi problemi che si trova davanti:

1. Ho comprato 3 salami dolci. Ne devo fare 20 porzioni uguali e le voglio più grandi possibili. Quante ne taglio in ogni salame dolce?
2. Qual è l’ultima cifra di 199^{95633}?
3. Quanti numeri maggiori di 100 che non contengano cifre ripetute si possono scrivere con 0, 2, 4?
4. Dimmi due numeri maggiori di 0 il cui prodotto sia minore di entrambi.
5. Di quale numero si può dire che il suo doppio sommato alla sua metà vale 45?

Quali risposte avrebbe dovuto dare Mari al suo papà per non andare a scuola nei giorni seguenti? (Pare che non ce l’abbia fatta…)

II media	**2010**	**Tappa 5**	**Aritmetica Contare Permutazioni Basi diverse dal 10**	

LA BASE NEWTON 30

Nell'anno 3420 finalmente la base Newton 30 sulla Luna è entrata in funzione. Ci sono molti tecnici e molti astronauti, uomini e donne.

- Ognuno ha un numero di matricola: le donne sono riconoscibili perché il loro numero di matricola è fatto di tre cifre tutte diverse: la prima a destra è minore di 5 e la differenza fra le prime due cifre è il doppio della terza.
  Quante possono essere al massimo le donne che lavorano nella base?
  Gli uomini invece hanno numeri di matricola che sono numeri di tre cifre, costruiti solo con le cifre 1, 2, 3, anche ripetute e messe in tutti gli ordini possibili. Quanti possono essere al massimo?

- La partecipazione degli uomini alle esplorazioni è decisa in base al numero di matricola.
  Per esempio, verso Marte potranno andare gli uomini con numero di matricola che sia un multiplo di 5, verso Antares quelli con numero di matricola multiplo di 3, verso Orione quelli con numero di matricola multiplo di 4, verso Cassiopea quelli con numero di matricola multiplo di 15 e verso Alpha Centauri quelli con numero di matricola multiplo di 9. Quanti uomini possono dunque partire per le varie esplorazioni?

- Sulla Luna la base Newton è l'unica umana, ma ce ne sono anche una venusiana e una xindi. I rapporti con gli umani sono buoni, ma non è facile comunicare non solo perché i tre popoli hanno lingue diverse, ma anche perché scrivono i numeri in maniere diverse. Per i venusiani è comodo, visto che hanno 7 dita, raggruppare, invece che a dieci a dieci, a sette a sette (ma usano anche loro le nostre cifre da 0 a 6). Per gli xindi, che di dita ne hanno dodici, è comodo raggruppare le unità a 12 a 12. E così oltre alle nostre cifre da 0 a 9 hanno dovuto inventare due nuove cifre per indicare il nostro dieci e il nostro undici: hanno scelto @ per il 10 e * per l'11.
  Quanti astronauti venusiani ci sono sulla base se loro scrivono che sono 10?
  E quanti sono quelli xindi se loro scrivono che sono @4?
  Gli umani devono seguire dei corsi per allenarsi a scrivere i numeri con il sistema dei venusiani e con il sistema degli xindi.
  Ieri all'ingegnere capo è capitato questo compito a casa:
  - scrivi alla maniera dei venusiani i numeri 7, 12, 14, 49;
  - scrivi alla maniera degli xindi i numeri 7, 12, 14, 144.
  Che cosa avrebbe dovuto scrivere?