Dal particolare al generale:
Una bella storia

Milano, 17 febbraio 2016

The New York Times

It is through real-life applications that mathematics emerged in the past, has flourished for centuries and connects to our culture now.

1) LA MATEMATICA E' UNA ATTIVITA' CHE NASCE SEMPRE DA PROBLEMI

- Questi problemi possono essere *esterni* o *interni* alla disciplina

2) Si sviluppa mediante operazioni caratteristiche

astrazione

<u>definizione</u>

classificazione

rappresentazione

generalizzazione

schematizzazione

<u>dimostrazione</u>

deduzione

verifica....

3) Tende alla costruzione di una teoria formale

- Una teoria matematica standard è strutturata come un insieme di *teoremi* che vengono *dedotti* a partire da un insieme di *assiomi*
-

4) Applica questa teoria a una classe di problemi

Classe di problemi in cui, spesso, il problema iniziale è marginale

Applica i risultati di questa teoria a nuovi problemi

tende alla costruzione di una *teoria formale*

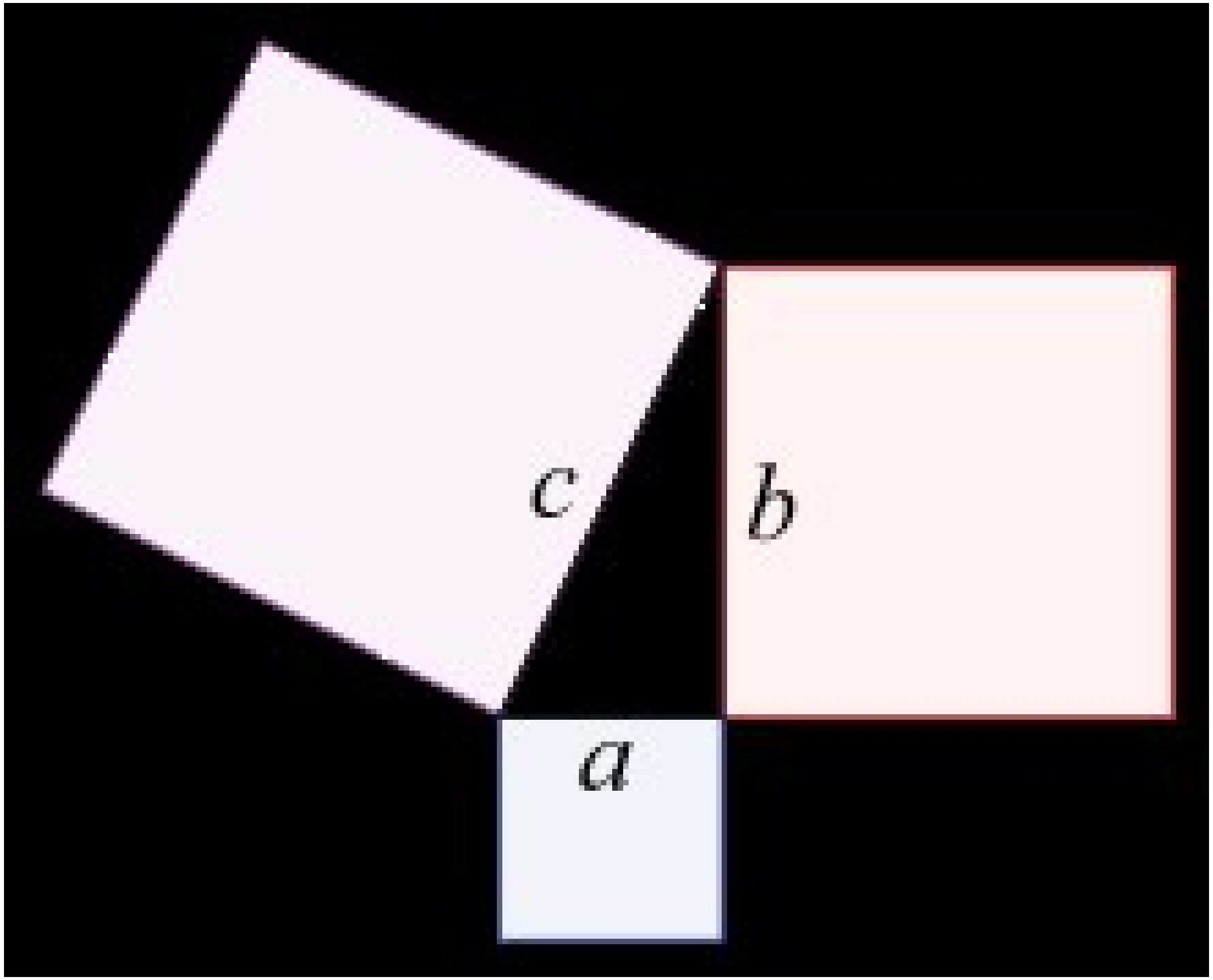
si sviluppa con una sua dinamica di operazioni

nasce da *problemi*

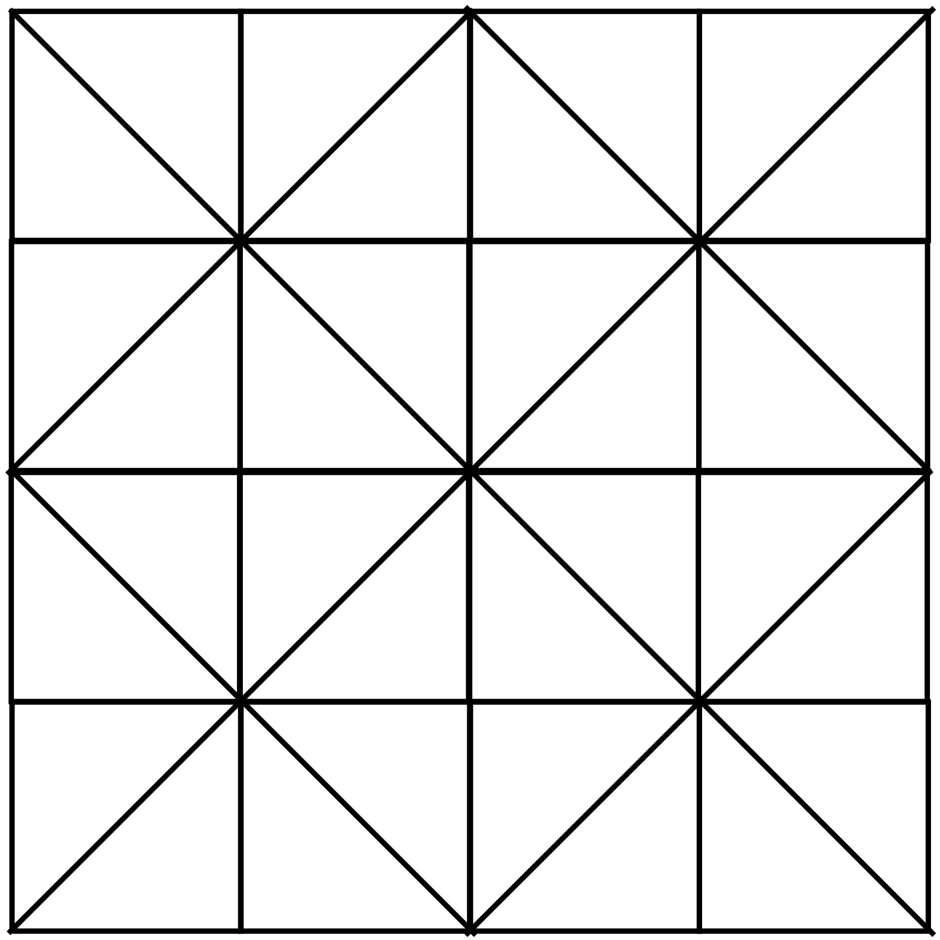
Matematica come *attività*

Nous venons de voir par un exemple quelle est l'importance des mots en mathématiques, mais j'en pourrais citer beaucoup d'autres. On ne saurait croire combien un mot bien choisi peut économiser de pensée, comme disait MACH. Je ne sais si je n'ai pas déjà dit quelque part que la mathématique est l'art de donner le même nom à des choses différentes. Il convient que ces choses, différentes par la matière, soient semblables par la forme, qu'elles puissent pour ainsi dire se couler dans le même moule. Quand le langage a été bien choisi, on est tout étonné de voir que toutes les démonstrations, faites pour un objet connu, s'appliquent immédiatement à beaucoup d'objets nouveaux; on n'a rien à y changer, pas même les mots, puisque les noms sont devenus les mêmes.

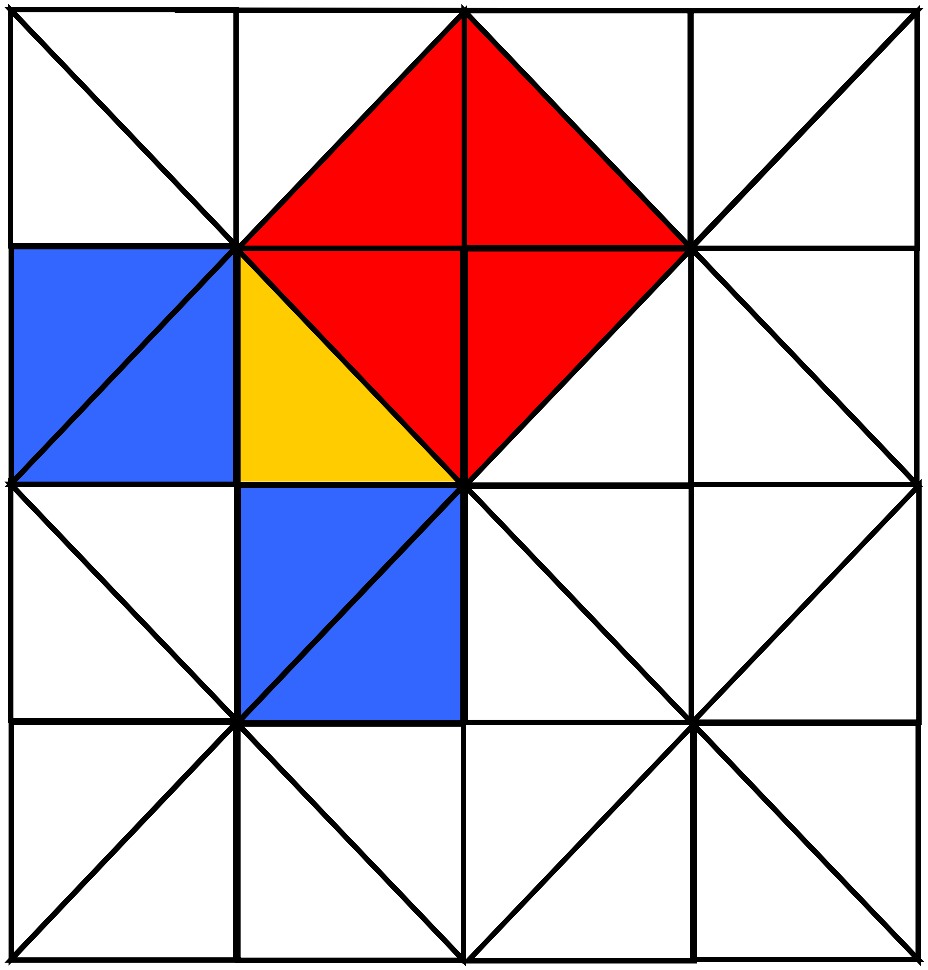
Un mot bien choisi suffit le plus souvent pour faire disparaître les exceptions que comportaient les règles énoncées dans l'ancien langage; c'est pour cela qu'on a imaginé les quantités négatives, les quantités imaginaires, les points à l'infini, que sais-je encore? Et les exceptions, ne l'oublions pas, sont pernicieuses, parce qu'elles cachent les lois.


c
b
a

Pavimento a triangoli rettangoli



Pavimento a triangoli rettangoli

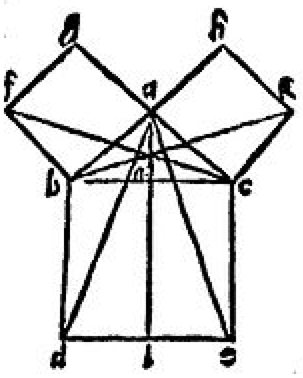


Il teorema di Pitagora e il suo inverso

Theorema. 33. Propositione. 47.

46/47 In ogni triangolo rettangolo, lo quadrato che vien descritto dal lato opposito all'angolo retto, dutto in se medesimo, è equale alli duoi quadrati che vengono descritti delli altri duoi lati.

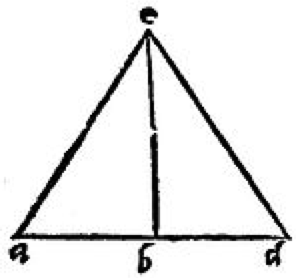
Sia il triangolo .a.b.c. dilquale l'angolo .a. sia retto, dico che'l quadrato del lato .b.c. è equal al quadrato del .a.b. e al quadrato del .a.c. tolti insieme adonque quadrarò questi lati secondo la dottrina della precedente, e per il quadrato del .b.c. sia la superficie .b.c.d.e. e per il quadrato del .b.a. la superficie .b.f.g.a. e per il



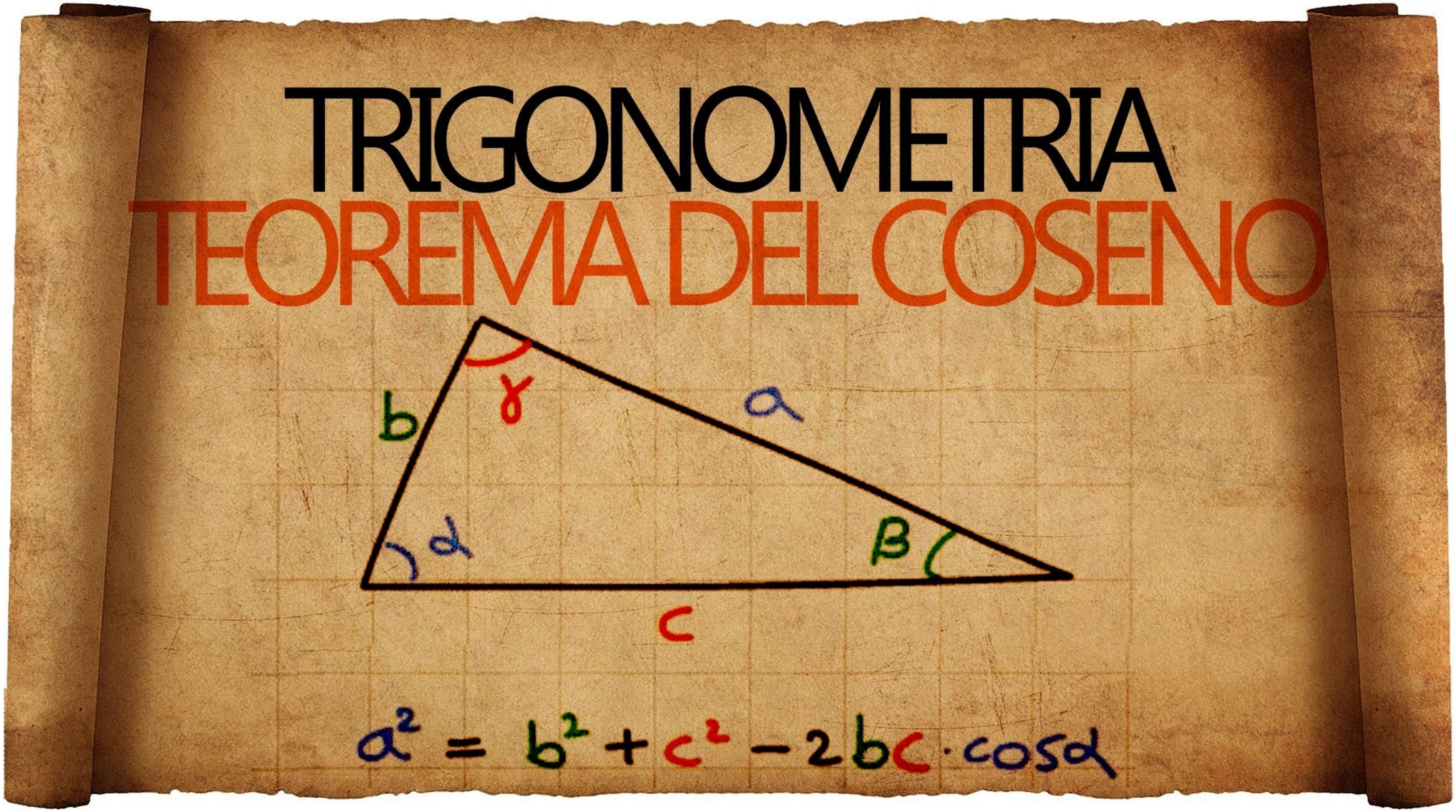
quadrato del .a.c. la supericie .c.h.k. replico adonque e dico che il quadrato .b.c.d.e. è equale ad ambiduoi li quadrati .a.b.f.g. ed .a.c.k.h. giõti insieme, e per dimostrar questo dall'angolo retto .a. produrò alla basa .d.e. del gran quadrato tre linee, cioe la linea .a.l. equidistante all'uno e l'altro lato .b.d. et .c.e. lequal segha il lato .b.c. in ponto .m. e la linea .a.e. e la linea .a.d.

Theorema. 34. Propositione. 48.

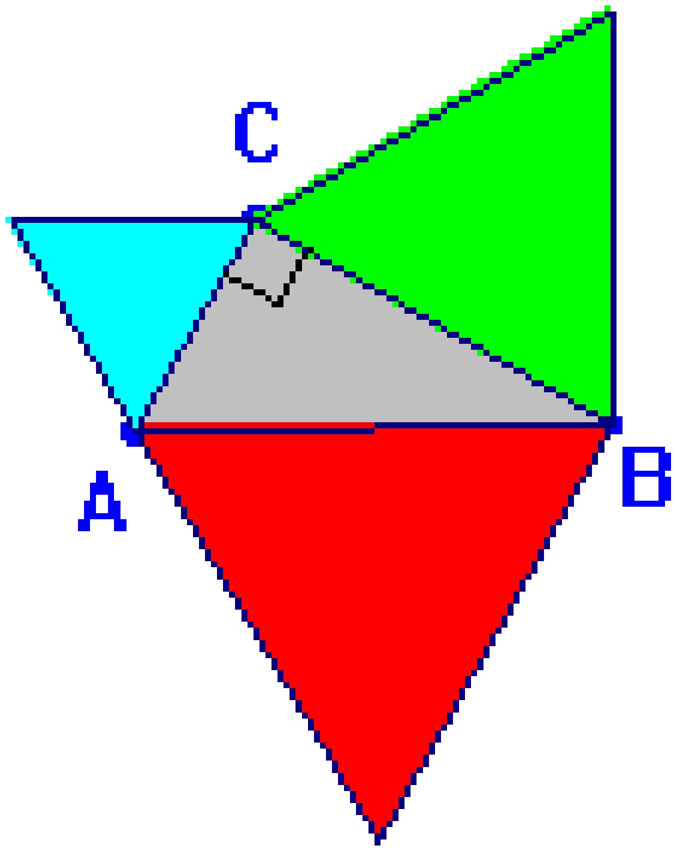
$\frac{47}{47}$ Se il quadrato, che vien descritto da uno lato d'un triangolo, dutto in se medesimo serà equale alli duoi quadrati, che vengon descritti dalli dui restanti lati, l'angolo alqual è opposito quel tal lato è retto.



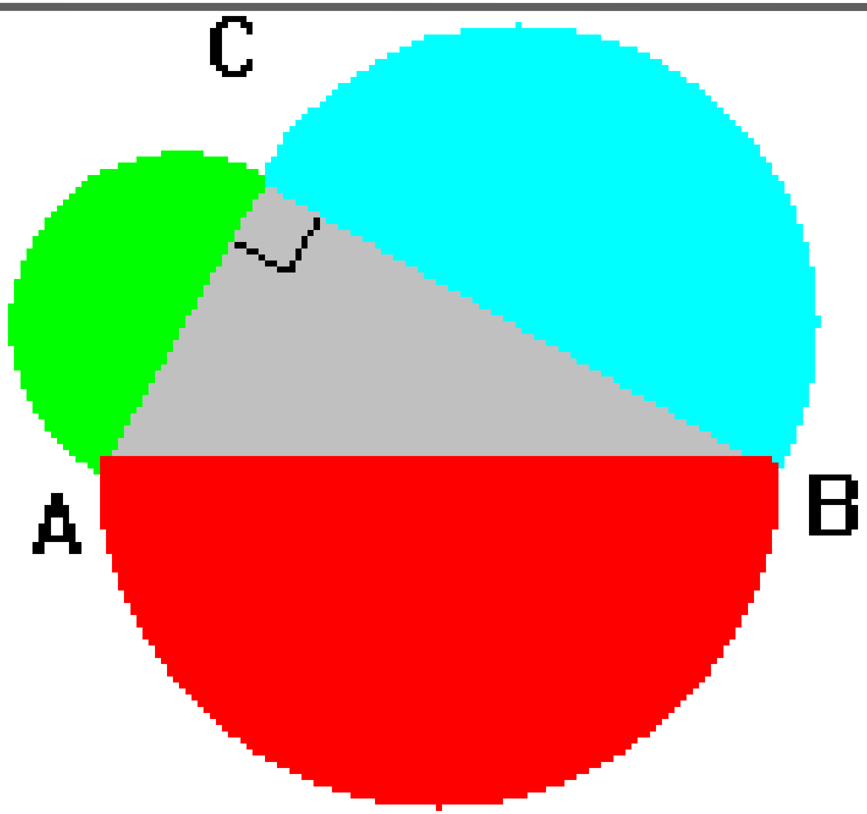
Sia il triangolo .a.b.c. e sia il quadrato del lato .a.c. equale alli duoi quadrati delli duoi lati .a.b. e .b.c. in insieme gionti. Dico che l'angolo .b. (alqual si oppone il detto lato .a.c.) è retto. E questa è il converso della precedente. Dal ponto .b. tiro la linea .b.d. per la undecima propositione, perpendicolare alla linea .b.c. e pongo quella equale alla linea .a.b. e produco la linea .c.d. Et perche l'angolo .d.b.c. è retto, il quadrato adonque del lato .c.d. serà equale (per la precedente) alli duoi quadrati delle altri duoi lati .c.b. e .b.d. e perche .b.d. fu posta equale al .b.a. li loro quadrati (per commune scientia) seranno equali, perche sopra linee equale se descriveno quadrati equali, hor giongendo communemente a l'uno e l'altro delli detti duoi quadrati il quadrato della linea .c.b. due somme serãno equale, per la prima concettione, e perche una de queste due somme serà equale al quadrato della .a.c. e .d.c. seranno equali, e perche li quadrati equali sono contenuti de linee equale, per commune scientia, adonque la linea .a.c. serà equale alla linea .d.c. dilche li tre lati .a.b., .a.c. e .c.b. , del triangolo .a.b.c. sono equali alli tre lati .b.d., .b.c. e .c.d. del triangolo .d.b.c. seguita adonque, per l'ottava propositione che l'angolo .a.b.c. sia equale all'angolo .d.b.c. e perche l'angolo .d.b.c. è retto, serà etiam retto l'angolo .a.b.c. che è il proposito.


TRIGONOMETRIA
TEOREMA DEL COSENO
b
γ
a
α
β
c
a² = b² + c² − 2bc · cosα

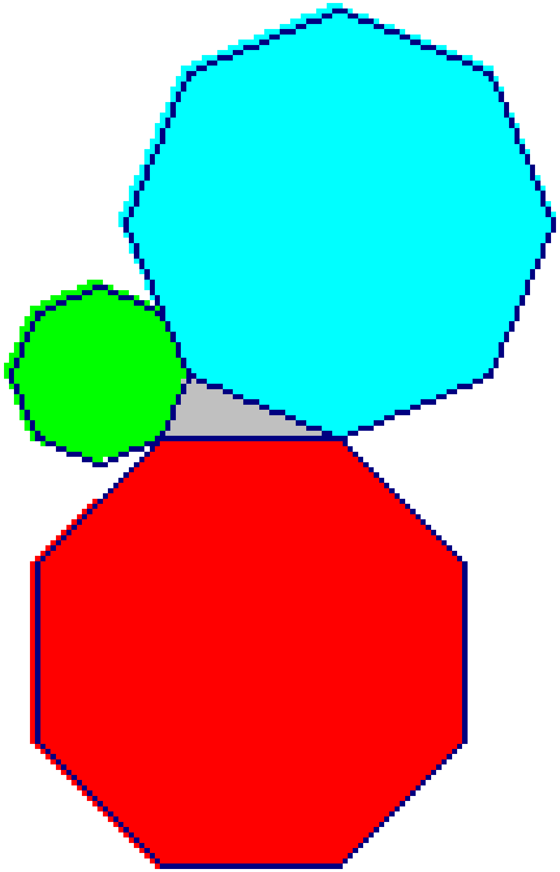
Il teorema di
TRITAGORA



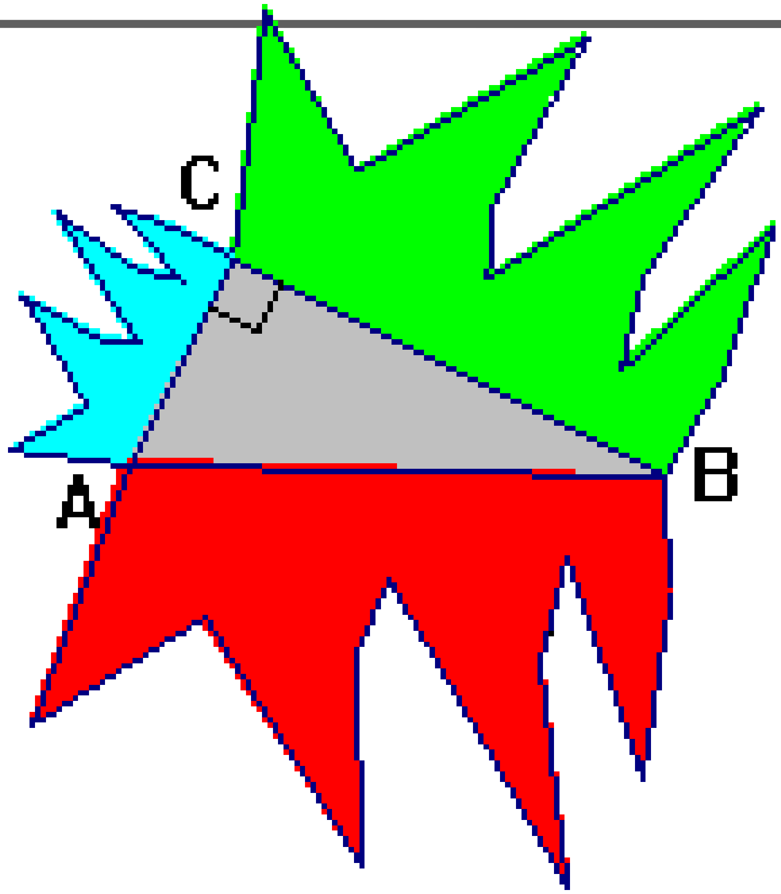
Il teorema di CERCHIAGORA



Il teorema di OTTAGORA

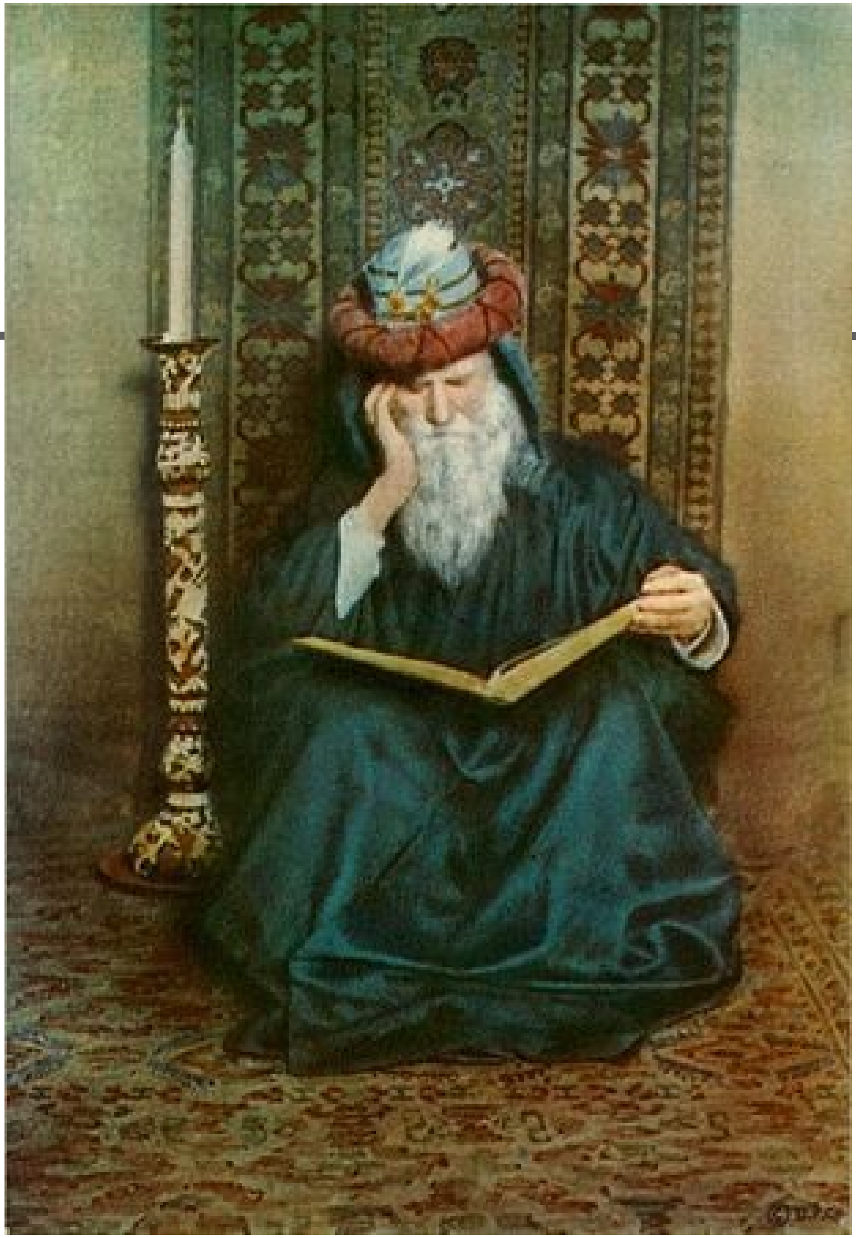


Il teorema di SCHIZZAGORA



Cos'è un numero?

Oggetti sempre nuovi conquistano dignità di numero
Su di loro si organizzano nuove modalità di operazioni
Proprietà conosciute vengono ritrovate da un punto di vista più generale
O ristrette a un ambito specifico come caso particolare



La manipolazione dei radicali

Ma cos'è un numero?

Quando chel cubo con le cose appresso	$x^3 + px$
Se agguaglia à qualche numero discreto	$= q$
Trouan dui altri differenti in esso.	$u - v = q$
Dapoi terrai questo per consueto	
Che'l lor produtto sempre sia eguale	$uv = (p/3)^3$
Al terzo cubo delle cose neto,	
El residuo poi suo generale	
Delli lor lati cubi ben sottratti	$\sqrt[3]{u} - \sqrt[3]{v} = x$
Varra la tua cosa principale.	
In el secondo de cotesti atti	
Quando che'l cubo restasse lui solo	$x^3 = px + q$
Tu osseruarai quest'altri contratti,	$u + v = q$
Del numer farai due tal part'à uolo	
Che l'una in l'altra si produca schietto	$uv = (p/3)^3$
El terzo cubo delle cose in stolo	
Delle qual poi, per commun precetto	
Torrai li lati cubi insieme gionti	$\sqrt[3]{u} + \sqrt[3]{v} = x$
Et cotal somma sara il tuo concetto.	
El terzo poi de questi nostri conti	
Se solue col secondo se ben guardi	$x^3 + q = px$
Che per natura son quasi congionti.	
Questi trouai, & non con passi tardi	
Nel mille cinquecentè, quatroe trenta	
Con fondamenti ben sald'è gagliardi	
Nella citta dal mar'intorno centa.	

La sesta cosa da notare [è] che non appena l'uomo sarà giunto a conoscere i capitoli sino a quelli relativi al cubo, [...], allora ne ha quanto basta per ogni caso algebrico, poiché sino al cubo si trova gradazione in natura: infatti vi sono linee, superfici e corpi: e le linee corrispondono alle incognite lineari; le superfici ai quadrati; i corpi ai cubi. Se pertanto avremo fornito su queste notizie sufficienti , sarà noto ciò che è necessario; in verità ciò che aggiungeremo al di là, è per diletto [...] e non per compimento di ciò che può trarsi da studio. Tali capitoli successivi non esistono veramente in sé ma solo per accidente, se anche ve ne siano [formule] generali.

Ma cos'è un numero?

L'ALGEBRA
OPERA
Di Rafael Bombelli da Bologna
Diuisa in tre Libri.
Con la quale ciascuno da se potrà venire in perfetta cognitione della teorica dell'Arimetica.
Con vna Tauola copiosa delle materie, che in essa si contengono.
Posta hora in luce à beneficio delli Studiosi di detta professione.

IN BOLOGNA,
Per Giouanni Rossi. MDLXXIX.
Con licenza de' Superiori

più via più di meno fa più di meno	$(+1)(+i) = +i$
meno via più di meno fa meno di meno	$(-1)(+i) = -i$
più via meno di meno fa meno di meno	$(+1)(-i) = -i$
meno via meno di meno fa più di meno	$(-1)(-i) = +i$
più di meno via più di meno fa meno	$(+i)(+i) = -1$
più di meno via men di meno fa più	$(+i)(-i) = +1$
meno di meno via più di meno fa più	$(-i)(+i) = +1$
meno di meno via men di meno fa meno	$(-i)(-i) = -1$

ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA

Giorgio Bolondi
Dipartimento di Matematica
giorgio.bolondi@unibo.it

www.unibo.it