

Karl Friedrich Gauss, un matematico che ha fatto la storia

di ELISABETH BUSSE

Gauss è il genio della matematica tedesca. Innumerevoli sono gli aneddoti nati attorno alla sua figura, così come innumerevoli sono gli articoli scritti su di lui e i motivi di ammirazione offerti dalla sua opera. Gli storici della scienza continuano a trovare nuovi domini che ha esplorato o nuovi risultati che a lui risalgono...

“Ci sono soltanto tre matematici che hanno fatto la storia: Archimede, Newton e Eisenstein” diceva Gauss. Se qualcuno può avere obiezioni sulla presenza di Eisenstein, nessuno si stupirebbe invece di trovarci... Gauss stesso! In effetti, scorrendo il lungo elenco di risultati che portano il suo nome, si intravede bene la straordinaria capacità di Gauss non solo di interessarsi di tutte le questioni, ma anche di trovare per ciascuna di esse risultati che segnano il suo tempo e quello successivo.

I lettori di XlaTangente hanno già esplorato più volte l'opera di Gauss (dai primi numeri, quando Pasquale Tucci ha raccontato della sua influenza sulla teoria dell'elettromagnetismo, ai più recenti, nei quali François Lavallou descrive le sue soluzioni a “vecchi” problemi di geometria), ma su Gauss c'è sempre qualcosa di nuovo da dire...

UN GENIO ECLETICO...

Che Gauss a sette anni (!) abbia scoperto una maniera semplice per valutare la somma degli interi da 1 a 100 fa parte della leggenda, ma bisogna riconoscere che tutta la vita scientifica di Gauss ha questa immagine. La sua prima scoperta è stata geometrica: la costruzione con riga e compasso del poligono regolare con 17 lati. La sua prima pubblicazione è stata aritmetica: si tratta delle *Disquisitiones Arithmeticae*. Il suo primo exploit è stato astronomico: ha previsto con precisione le posizioni di Cerere, il pianetino appena scoperto dall'astronomo italiano Piazzi. D'altra parte, è proprio in astronomia che Gauss comincia in realtà la carriera, nominato, com'è, nel 1807, professore d'astronomia e direttore del nuovissimo osservatorio di Göttinga. A partire dal 1809 pubblica un lavoro molto importante sul *moto dei corpi celesti*, *Theoria motus corporum coelestium in sectionibus conicis Solem ambientium*, dove spiega in particolare come usare metodi statistici come

quello dei “minimi quadrati” per minimizzare il peso degli errori di misura. Poi continua sulla stessa strada accettando nel 1818, dallo Stato di Hannover, l'incarico di una missione di studi geodesici: si racconta che

di giorno effettuasse le misure e di notte analizzasse i dati, facendosi forte della propria incredibile abilità nel calcolo mentale. La sua pubblicazione *Theoria attractio- nis corporum sphaeroidi- corum ellipticorum ho- mogeneorum methodus nova tractata* gli vale, nel 1822, un Premio dell'Università di Copenhagen.

Parallelamente agli studi di astronomia, Gauss trova il tempo per portare a compimento ricerche in altri campi, come l'analisi, dove pubblica uno studio sulle serie, o la geometria dove, nel 1816, apre la strada al riconoscimento dell'esistenza delle geometrie non euclidee. E non è tutto!

Gauss, che ha già lavorato in fisica e ha pubblicato risultati in meccanica e in teoria dei fluidi, si unisce al fisico Wilhelm Weber per studiare il magnetismo terrestre. Dalla loro collaborazione, che dura 7 anni, nascono, anche se Gauss considera questo lavoro solo un piacevole passatempo, alcuni risultati sul magnetismo che sono all'origine delle leggi di



Friedrich Gauss

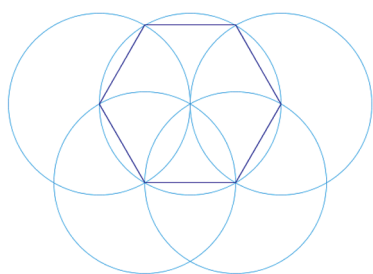


Immagine di Riccardo Moschetti

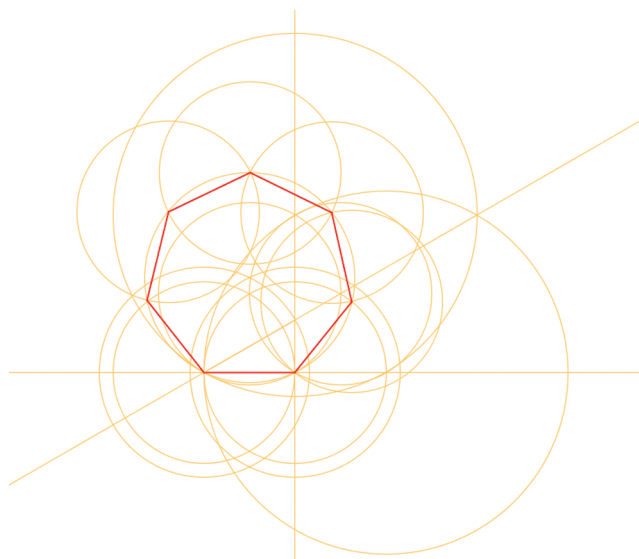


Immagine di Riccardo Moschetti

Kirchoff sull'elettricità, delle equazioni di Maxwell e delle leggi sui campi elettrici e sulle linee di campo. E, del resto, è la partenza di Weber da Gottinga che dà inizio al declino dell'attività scientifica di Gauss.

Questo "Titano della Scienza" – come l'ha chiamato un suo antico allievo e poi suo biografo, G. Waldo Dunnington – ci ha lasciato opere fondamentali in ambiti diversi, come l'astronomia, l'aritmetica, i numeri complessi, l'algebra, l'analisi, la geometria, il magnetismo e l'elettricità, pur essendo famoso per aver pubblicato ben poco (!) nella sua vita.

CON IL BERNOCCHIO DEI NUMERI

Gli exploit aritmetici del giovane Gauss lasciano ben sperare per il futuro, e non senza ragione. Le sue *Disquisitiones Arithmeticae* pullulano di risultati ripresi da Fermat, ma spesso arricchiti e corredati da dimostrazioni rigorose. Dotato di una brillante intuizione egli congettura, per esempio, che il numero degli interi primi più piccoli di un intero n sia dell'ordine di $n/\ln(n)$ (dove $\ln(n)$ indica il logaritmo naturale di n), affermazione che sarà dimostrata più tardi da Jacques Hadamard e Charles Jean de la Vallée-Poussin.

Gauss non ha semplicemente il bernoccolo per i numeri, ma, come lui stesso diceva così bene, sa anche fare "astrazione totale dalla natura degli oggetti" e sa "individuare relazioni e confrontarle fra loro". Così è il primo a fare calcoli su classi di interi invece che sugli interi, inventando la nozione di congruenza, creando leggi di composizione fra oggetti matematici. È ancora lui che dà avvio alla teoria dei numeri algebrici, studiando in modo sistematico i numeri $a + bi$ con a e b interi (che ora si chiamano appunto *interi* di Gauss), sottolineando fra le loro proprietà quelle analoghe a quelle degli interi *tout-court*, con l'obiettivo di dimostrare nuovi potenti risultati.

In questo caso entra in gioco un'altra qualità fondamentale: il rigore. Egli è capace di dimostrare in modo migliore risultati ottenuti da chi l'ha preceduto, come la cosiddetta "legge della reciprocità quadratica" di Legendre.

CREATIVO NELLA GEOMETRIA

Per quel che riguarda la geometria, la storia è cominciata alla grande, con la caratterizzazione dei poligoni regolari che sono costruibili con riga e compasso, problema che aveva tenuto con il fiato sospeso i geometri fin dall'antichità. Ne abbiamo parlato anche nel numero 30 di *XlaTangente* (pp. 25-27).

È Gauss che, pur avendo lasciato Gottinga senza laurearsi nel 1798, ha scoperto questo risultato molto importante, noto come "teorema di Gauss-Wentzel": sono costruibili con riga e compasso solo i poligoni regolari il cui numero dei lati è una potenza di 2 oppure è il prodotto di una potenza di 2 per un primo di Fermat, cioè per un numero

della forma $2^{2^n} + 1$. Così un ettagono (7 lati) non è costruibile con riga e compasso, mentre lo è un poligono di 17 lati, visto che si ha $17 = 2^4 + 1$. Gauss, che andava sempre a fondo nelle cose, ne volle descrivere una costruzione e chiese poi che venisse incisa sulla sua lapide.

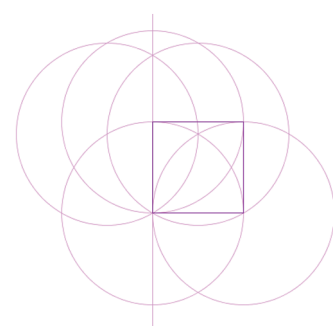


Immagine di Riccardo Moschetti

Se è stata questa prima dimostrazione a indurre Gauss ad abbracciare la carriera matematica, il suo contributo alla geometria non si esaurisce con essa. Non solo perché le sue pubblicazioni in geodesia contengono molte applicazioni allo studio delle superfici che danno luogo, nel 1828, al trattato *Disquisitiones generales circa superficies curvas* (di cui parliamo in questo numero alle pagine 27-29), ma soprattutto perché, dai primi anni dell'800, si è molto interessato delle questioni relative alle geometrie non euclidee. Fino ad allora, i matematici avevano cercato di dimostrare che l'assioma delle parallele (ossia: in un piano, per ogni punto che non appartiene a una retta passa una e una sola parallela a questa retta) era una conseguenza degli altri 4 assiomi di Euclide, ma Gauss non ne era convinto. I suoi dubbi sono presenti in particolare nella corrispondenza con il matematico ungherese Farkas Bolyai o con Gerlic e Schmacher e si vede bene che, anche se non pubblica nulla in proposito, Gauss è sicuro del fatto che possa esistere una geometria che non soddisfa questo assioma pur restando una teoria coerente. Sarà il figlio di Bolyai, Janos, il primo a costruire una tale geometria in appendice a un'opera del padre. Per la cronaca spicciola, Gauss legge il testo di Janos senza fare alcun complimento all'autore, visto che ciò significherebbe lodare un lavoro che lui stesso aveva fatto trent'anni prima.

UNIVERSALE

Il geniale Gauss ha legato il suo nome anche a un'unità di misura dell'induzione magnetica del vecchio sistema CGS, a teoremi d'analisi, di aritmetica e di algebra, a un metodo per risolvere i sistemi di equazioni lineari e a una legge statistica; quindi chi usa la matematica non corre il rischio di dimenticarlo.

Ci sono altre ragioni per non dimenticarlo. Sapeva... spostare i problemi, per esempio trasformando il problema geometrico della costruzione dei poligoni regolari con n lati in un problema algebrico, quello legato alla risoluzione dell'equazione $x^n - 1 = 0$. Aveva un senso profondo sia delle strutture nascoste sotto i fenomeni fisici o matematici, sia dell'unità della matematica.

Più di tutti gli altri, dunque, merita il titolo di "Principe della matematica", che il re di Hannover aveva fatto incidere su alcune monete, con il ritratto di questo matematico fuori dalla norma. Anche se durante la sua vita ha pubblicato con parsimonia, le sue idee d'avanguardia sono state sfruttate fino ai nostri giorni ed egli è ancora oggi un matematico dal quale non si saprebbe come prescindere.

Traduzione a cura della Redazione dell'articolo *Karl Friedrich Gauss, un mathématicien qui fait date*, di Elisabeth Busser, *Tangente* 124, pp. 10-12.

Immagine di Riccardo Moschetti

