

LA PIRAMIDE

Introduzione

OBIETTIVI per i ragazzi:

- costruire alcuni solidi a partire dagli sviluppi,
- avviarsi a capire l'importanza dell'uso di una terminologia corretta,
- applicare il Teorema di Pitagora in un nuovo contesto,
- trovare il rapporto che lega il volume della piramide a quello di un prisma avente uguale base e altezza.

OBIETTIVI per il docente:

- introdurre la piramide a partire da un'attività di laboratorio,
- diagnosticare se i ragazzi hanno dimestichezza con gli sviluppi dei solidi.

TEMPI PREVISTI: 4/5 ORE

CLASSE: terza media

È ben vero che una piramide può aver per base un poligono qualsiasi, ma nel laboratorio che propongo ho deciso di usare una classe di piramidi particolare: le basi di queste piramidi devono poter essere circoscritte ad una circonferenza. Questa scelta è stata fatta per due motivi:

- per ridurre il numero di lunghezze su cui focalizzare l'attenzione,
- per ridurre i calcoli da effettuare durante il lavoro pratico.

La difficoltà maggiore che si incontra nello studio della piramide è quella di individuare fin da subito le lunghezze fondamentali per poter definire le dimensioni dell'oggetto: l'altezza della piramide, l'altezza delle facce laterali, l'apotema di base (o il raggio della circonferenza inscritta nel poligono di base) e gli spigoli di base.

Come se non bastasse, la terminologia specifica può trarre in inganno visto che la figura presenta due altezze differenti, una delle facce laterali e una del solido.

Infine occorre considerare che l'altezza della piramide è un oggetto nascosto e inaccessibile ad uno strumento di misura come il righello poiché è interna e coperta dalle facce laterali. E anche quando si sceglie di partire dallo sviluppo nel piano il problema non si risolve: l'altezza non compare in alcun modo, nessun segmento di linea retta che viene tracciato corrisponderà a questa lunghezza.

Descrizione delle attività

Materiale occorrente: Il modellino solido di una piramide con evidenziati l'altezza del solido, l'altezza delle facce laterali e il raggio della circonferenza inscritta nel poligono di base, compasso, cartoncini colorati spessi, compasso, matita, forbici, colla o scotch, il riso o la sabbia.

Consegna: a gruppi di 2 o 3 persone, disegnare gli sviluppi nel piano di una piramide e di un prisma (spesso questo lavoro viene affrontato anche durante le ore di Tecnologia per cui non è necessario spiegare nel dettaglio come si procede) in modo tale che - ritagliando e componendo in seguito le figure - esse risultino avere identica base e identica altezza. A scelta è possibile utilizzare un pentagono regolare oppure un esagono regolare per le basi delle figure.

I solidi costruiti devono poter essere riempiti con il riso o con la sabbia.

Utilizzando la piramide come unità di volume, quante piramidi piene, di sabbia o riso, occorrono per riempire il prisma? Provare a dare una risposta *a priori* per poi confrontarla con il dato oggettivo.

Sbirciando tra i banchi

Diversi alunni hanno disegnato le facce laterali alte quanto il prisma senza accorgersi che le due lunghezze coinvolte sono diverse fra loro (le altezze delle facce laterali sono maggiori dell'altezza del solido). Un gruppo, guardando il modellino messo a disposizione della classe, si è accorto che l'altezza delle facce laterali, l'apotema



di base e l'altezza del solido, uniti formavano un triangolo rettangolo, quindi ha iniziato ad applicare Pitagora spontaneamente, la notizia si è diffusa a macchia d'olio nella classe e di conseguenza tutti i gruppi hanno via via corretto il proprio lavoro.

Dopo aver rappresentato correttamente gli sviluppi, occorre ritagliare e chiudere il solido. Alcuni hanno chiuso i solidi completamente impedendone il riempimento, altri invece hanno lasciato aperta una base del prisma chiudendo tutta la piramide, solo alcuni hanno lasciato libera la faccia base di entrambi i solidi.

Discussione intergruppi

"*Sembrava più semplice*", questo è stato uno dei commenti dei ragazzi che fa ben comprendere come un'attività manuale come quella proposta richieda di applicare tante e diverse competenze.

"*Di quale altezza parli? Quella dei triangoli?*" domande ricorrenti poste dai ragazzi a chi interveniva.

"*Anche la discussione ha presentato le sue difficoltà*", per prima cosa i ragazzi si sono subito accorti che per potersi confrontare bisognava cercare una terminologia univoca per ogni lunghezza e che, in particolare, l'altezza delle facce laterali doveva essere distinta sia dall'altezza del solido che dall'apotema di base (concetto già visto per le figure piane).

Un ragazzo mi ha chiesto: "*L'altezza delle facce laterali e l'altezza della piramide sono quasi lunghe uguali, solo pochi millimetri di differenza, perché è tanto importante distinguerle?*" La mia risposta è stata: "*Prova a costruire una piramide particolarmente schiacciata: ampia base e altezza ridotta, sarebbe ancora minima la differenza?*"

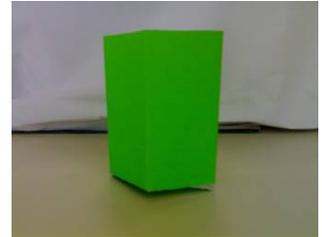
Sui volumi, la maggior parte dei ragazzi che hanno dato una risposta *a priori* ha pensato che fossero sufficienti 2 piramidi per riempire un prisma e si sono sorpresi nel vedere che invece sono necessarie precisamente tre piramidi colme.

IL fattore "1/3" pertanto consente di passare dal volume del prisma a quello della piramide e questo non è per nulla evidente sul piano intuitivo.

L'attività mira a dar sostanza a questo fatto in modo che non resti una formula imparata a memoria, ma una formula legata ad un'esperienza vissuta.

Avendo del tempo a disposizione è possibile procedere nell'attività di laboratorio proponendo ai ragazzi:

1. Esperimenti con altri prismi e piramidi, con basi quadrate romboidali o a forma di trapezio. Per velocizzare il lavoro si potrebbero fornire ai ragazzi gli sviluppi nel piano delle figure.
2. Il "puzzle" delle tre piramidi, oppure delle sei piramidi con cui ricostruire un cubo. Per



queste attività si veda:

<http://www.matematita.it/materiale/index.php?p=cat&im=1072>

<http://www.matematita.it/materiale/index.php?p=cat&im=1074>

Conclusioni

In 5 ore abbiamo studiato la piramide e scritto sul quaderno appunti e osservazioni. Il lavoro condiviso fra i ragazzi inizialmente nel piccolo gruppo, gli errori che hanno commesso e le discussioni intergruppi per il superamento degli stessi, tutto ha contribuito a costruire un ricordo, facilitando anche il lavoro di studio a casa. Le domande poste dagli alunni ai compagni e al docente hanno messo in evidenza fin da subito gli aspetti critici che sono diventati il punto di partenza per lo studio del solido.

Se avessimo letto semplicemente il libro avremmo trovato tutte le risposte senza che i ragazzi avessero avuto il tempo di elaborare le domande: in questo modo si sarebbero perse la sensazione della scoperta e soprattutto l'opportunità di mettere a fuoco le difficoltà che si incontrano nella costruzione dei concetti.

Laura Nudo