

"MATEMECUM"**Vademecum per l'insegnante di Matematica della Scuola Superiore****Introduzione**

L'insegnamento della matematica, nelle Scuole di ogni ordine e grado, è diventato sempre più complesso, esteso e, purtroppo, dispersivo. Ritengo che sia importante provare a fare il punto della situazione in un momento di così grandi cambiamenti, cercando di evidenziare quali debbano essere le nozioni irrinunciabili che uno studente dovrebbe conoscere e poter utilizzare al termine del quinto anno di Scuola superiore.

La riforma universitaria ha finalmente obbligato l'Università a porsi il problema dei requisiti minimi e ogni Facoltà e quindi ogni Corso di laurea ha il compito di esplicitare quali dovrebbero essere le conoscenze e le competenze minime per uno studente che intenda proseguire con gli studi universitari.

Sicuramente questo è un ottimo punto di partenza per aiutare lo studente nella scelta dei suoi studi ed il docente a verificare l'adeguatezza del suo insegnamento. In queste pagine ho però cercato di andare oltre, tentando di approfondire le problematiche che scaturiscono dagli elenchi di requisiti minimi forniti dalle varie Università.

Se da un lato infatti tali elenchi hanno l'ottimo effetto di rassicurare lo studente sul fatto che le conoscenze di base fornite dalla Scuola superiore, se acquisite, sono più che sufficienti per sperare nel successo degli studi universitari, dall'altra gli stessi elenchi inducono i docenti della Scuola superiore a notare l'incongruità tra la vastità dei programmi che so ritrova a svolgere e la minimalità delle esigenze dei Corsi di laurea universitari e forse anche del mondo del lavoro.

Ritengo che il problema sia proprio in questo scollamento evidente che intercorre tra l'insegnamento della Scuola superiore e quello universitario, tra quello che i programmi ministeriali "impongono" di insegnare e quello che la stragrande maggioranza degli studenti possiede come bagaglio al momento di iniziare un Corso di studi universitario o di inserirsi nel mondo del lavoro. Ciò che risulta chiaro ad ogni docente universitario di matematica è non tanto l'ignoranza matematica dei ragazzi, quanto la loro incapacità di utilizzare ciò che hanno imparato e in qualche modo fatto proprio. Non mi sembra sbagliato il paragone con quello che succedeva, e che troppo spesso succede ancora, con l'insegnamento della lingua straniera: lo studente ha assimilato una grande quantità di nozioni, grammaticali, sintattiche, culturali, ma non è capace di utilizzare la lingua straniera per esprimersi né a voce né tantomeno in forma scritta. Qualcosa di molto simile sembra succedere in matematica: lo studente si sente schiacciato da una quantità di materiale matematico che però non sa come e soprattutto quando usare.

Ben venga quindi il suggerimento latente che esce dai vari elenchi di prerequisiti universitari e cioè che non è importante che gli studenti "conoscano i programmi per intero", ma piuttosto che sappiano usare almeno le tecniche più semplici con facilità e ragionevolezza. Questo però ad un insegnante non può bastare; infatti è ben noto che per ottenere dieci occorre richiedere cento, pur avendo ben presente che quello che ci si aspetta di ottenere dalla maggior parte della classe è l'obiettivo minimo, ossia il dieci, e che solo qualche "fuoriclasse" sarà, a volte, in grado di cogliere e far tesoro di tutto il cento che viene proposto.

"Cosa" insegnare quindi e "Come"?

Siamo tutti consapevoli che questa è una domanda da cento milioni di euro e che inoltre non esiste una risposta unica.

Per quel che riguarda il "Cosa" insegnare ho provato a raccogliere alcune idee e suggerimenti a partire dalle questioni matematiche di base per arrivare anche a qualche possibile approfondimento, sempre nell'ottica dei saperi minimi per l'Università (perciò argomenti come la Probabilità e la Statistica, insegnati in alcuni Istituti, non sono stati trattati poiché generalmente non compaiono nei requisiti minimi richiesti dalle varie Facoltà).

Per il "Come" voglio proporre una serie di semplici considerazioni "tra colleghi", affidandomi principalmente alla sensibilità del singolo docente e ritenendo che molto spesso il "Come" insegnare è strettamente legato al "Cosa" insegnare e soprattutto agli obiettivi che il docente si prefigge. Vorrei suggerire che tra questi obiettivi compaia quello di formare una classe che, al termine degli studi superiori, sappia "esprimersi in matematica", anche se non conoscerà probabilmente le formule di prostaferesi o non saprà come "risolvere gli integrali".

Sul "Come".

- **Parlare di matematica.** *Parlare, parlare e ancora parlare di matematica*, della sua storia, delle sue scoperte, della sua "bellezza", della sua utilità o, forse meglio, necessità, della sua concretezza e della sua attualità e modernità. A proposito di "parlare e parlare", mi permetto di suggerire agli insegnanti l'utilità di seguire, come vero e proprio corso di aggiornamento, un corso di dizione e/o recitazione per rendere meno faticoso per il docente e più coinvolgente ed efficace per lo studente la trasmissione verbale del sapere. Del resto è ben noto che ogni insegnante è in potenza un attore, ritengo che sarebbe sicuramente utile favorire lo sviluppo "professionale" di questa potenziale disposizione d'animo.

- **Invenzioni matematiche.** Evidenziare il carattere di scoperta e di invenzione che rappresenta ogni teorema matematico ed in particolare le grandi costruzioni matematiche ...
- **Matematica & co.** Evidenziare e cercare ogni aspetto di interdisciplinarietà tra la matematica e le altre materie. A partire dagli aspetti più evidenti che coinvolgono la Fisica e l'Informatica a quelli meno evidenti come il parallelismo tra linguaggio comune e linguaggio matematico, nel concetto di assioma, nella formulazione di una definizione, nell'esporre la dimostrazione di un teorema, nello spiegare a se stessi e agli altri i concetti e le tecniche della matematica.
Paragonare l'importanza da tutti riconosciuta delle scoperte tecnologiche a quella delle scoperte matematiche, troppo spesso invece misconosciute.
Utilizzare programmi software in lingua inglese, e non tradotti in italiano, per favorire una collaborazione con l'insegnante di lingua straniera. Proporre all'insegnante di italiano temi di soggetto matematico, per esempio spiegare una tecnica matematica o fare una riflessione sulle difficoltà di assimilare la materia o magari sul piacere di studiarla.
- **Smemoranda.** Richiamare costantemente, e utilizzare come spunti per esercizi, *gli argomenti già studiati*, sforzandosi di insistere sul carattere unitario della matematica per evitare che gli studenti tendano a dimenticare gli argomenti dei mesi o degli anni precedenti. Bastino come esempi argomenti come i cambiamenti di unità di misura o i volumi dei solidi e le loro superfici, concetti della Scuola media spesso dimenticati al momento di iscriversi all'Università e probabilmente anche prima.
- **Matematica per tentativi.** Incoraggiare ed apprezzare *nella valutazione lo studente che cerchi una soluzione per tentativi*, una verifica per esempi, quando non riesce ad ottenere una verifica "matematicamente corretta". Apprezzare anche l'uso della calcolatrice o del computer, quando ciò dimostri buone capacità pratiche e di buon senso. Ritengo che questo sia un aspetto troppo spesso trascurato dagli insegnanti di matematica, i quali pensano che la verifica parziale o il caso particolare non debbano meritare considerazione in matematica. Propongo invece l'atteggiamento opposto, invitando i docenti a stimolare gli studenti con casi particolari, con esempi, con ragionamenti magari inconcludenti, tutto al fine di far nascere in loro la voglia di provare a capire cosa succede. Toccherà poi agli studenti "più matematici" mettere ordine e intuire la legge generale, ma è importante che lo studente medio sia in grado di muoversi per ottenere un risultato magari parziale, ma utile, piuttosto che rimanere bloccato dalla paura di sbagliare e perso nei meandri della complicazione del tecnicismo matematico. Un esempio: riterrei molto positivo se un ragazzo ignorante nella derivazione, riuscisse a calcolare l'equazione della retta tangente al grafico di una funzione in un suo punto, prendendo la retta per il punto dato ed un altro punto ad esso "molto vicino" sulla curva, trovato utilizzando la calcolatrice o il computer.
- **Critica matematica.** Fare costruire esercizi e problemi dagli studenti, possibilmente chiedendo loro di giustificare il significato delle loro proposte, abituandoli a parlare di matematica ed a porsi criticamente rispetto alle nozioni introdotte.
Per lo stesso motivo potrebbero essere utili le mappe concettuali, proponendo la loro costruzione agli stessi studenti ed utilizzandole il docente stesso nelle discussioni comuni. L'utilizzo delle mappe favorisce la riflessione critica dello studente sui contenuti, sulle connessioni e sugli obiettivi relativi ai concetti matematici.
Proporre costantemente esempi e far costruire dagli stessi studenti esempi, esempi e ancora esempi, accertandosi che essi abbiano *sempre in mente almeno un esempio ed un controesempio per ogni concetto introdotto*, anche se estremamente banale.
- **Andante con brio.** Proporre anche approfondimenti, ma ad un livello superficiale per la classe e con maggiore *attenzione per gli studenti più motivati* e capaci mediante ricerche e seminari, di nuovo con lo scopo di parlare di matematica. Nella parte relativa al "Cosa" sono stati evidenziati molti approfondimenti, delimitandoli con asterischi: la possibilità di proporli dipenderà dalla classe e dal tipo di Scuola.
- **Valutazione.** *Diversificare il più possibile le prove di verifica* e preferire risposte imprecise e parziali, ma ragionate e "sofferte", a risposte corrette, ma mnemoniche. Preferire comunque il colloquio continuativo e generalizzato con la classe all'interrogazione individuale classica.
- **Non è mai troppo tardi.** *Non preoccuparsi eccessivamente dei "Programmi"*, utilizzando anche le nuove possibilità offerte dall'autonomia per sviluppare i vari temi secondo le reali necessità della classe e quindi spiegare e spiegare, alla lavagna, al computer, in laboratorio, senza aver paura di "perdere tempo", badando che la classe sia in grado di gestire i concetti basilari, eventualmente eliminando parti secondarie o eccessivamente tecniche del programma. Evitare poi di astrarre eccessivamente: gli studenti più capaci, sotto lo stimolo dell'insegnante, provvederanno "da soli" ad astrarre, spinti dalla loro naturale necessità di rispondere alle curiosità con cui si sono scontrati nella concretezza.
- **Insegnare per problemi.** *La matematica, come la scienza in generale, nasce dai problemi.* L'insegnamento per essere efficace deve seguire tale strada. Occorre insegnare per problemi! Attenzione, non stiamo

parlando di "problem solving", insegnare per problemi significa per noi giustificare l'importanza e la necessità del teorema come strumento e insegnare a saperlo utilizzare per risolvere un problema, possibilmente collocandolo nella sua dimensione storica. In questo senso l'esercizio logico e di abilità deduttiva deve essere limitato, come esercizio di approfondimento, agli studenti di ottime capacità matematiche, riservando invece l'insegnamento standard alle dimostrazioni estremamente semplici ed illustrative di un metodo (per esempio il metodo di dimostrazione per assurdo). Ciò che ritengo importante dunque è che gli studenti (la maggior parte di essi) riescano a capire, verificando il teorema con esempi e casi particolari, l'importanza di ottenere un risultato in generale e che capiscano come usarlo e perché sia conveniente usarlo.

Occorre precisare, onde evitare fraintendimenti, che non propongo un insegnamento tipo Scuola dell'obbligo americana (U.S.A.), basato sull'acquisizione di semplici regole di comportamento matematico. Lo scopo è quello di sostituire in generale alla dimostrazione la spiegazione e la motivazione, questo sì invece si collega perfettamente allo standard americano, ma a quello dei migliori college (si vedano per esempio i ben noti libri di Anton, di Strang, di Thomas, ecc.).

- **Strumento di cultura.** *Insegnare la matematica come strumento fondamentale, necessario e come conquista culturale*, così come lo sono le scienze sperimentali o così come l'italiano o la lingua straniera sono uno strumento fondamentale per esprimersi e acquisire cultura, ma anche per poter lavorare. Paragonare la conoscenza dei teoremi e delle principali tecniche matematiche alla conoscenza delle opere e degli autori della letteratura, o alle scoperte della Fisica o della Biologia (che non è possibile dimostrare, ma solo, se sufficientemente attrezzati, verificare). Il voler insegnare a dimostrare potrebbe essere paragonato a voler insegnare a scrivere una poesia o un romanzo, così come il matematico scopritore di teoremi può essere paragonato ad un poeta o ad uno scrittore. È raro che un insegnante d'italiano chieda ai ragazzi di scrivere una poesia o un romanzo, sa bene infatti quanto sia difficile anche solo far apprezzare e capire una poesia o un buon romanzo, normalmente si limita al tema, oramai anch'esso quasi superato da nuove forme come il saggio breve, che potrebbe essere paragonato in matematica ad un buon esercizio standard che dimostri il sapersi esprimere matematicamente e l'avvenuta acquisizione di fatti di cultura matematica. Continuando col parallelo poetico, si potrebbe affermare che non è impossibile chiedere ad uno studente di scrivere due rime adatte, ma una poesia non è solo una successione di rime! Ciò che è importante, dunque, non è tanto la dimostrazione in sé, ma piuttosto tutto ciò che ha condotto alla dimostrazione, le prime verifiche, i primi tentativi sbagliati (sempre molto numerosi), i casi particolari che hanno portato prima ad intuire il teorema, a credere nella sua validità, e poi a dimostrarlo. Di nuovo, insegnare per problemi, far nascere l'esigenza del risultato generale, della semplificazione, della tecnica utile: fare intuire per poi enunciare con precisione e generalità.
- **Primo esempio:** *"non è tanto importante" saper risolvere un integrale* mediante qualche abile trasformazione, quanto è importante sapere utilizzare in modo corretto un programma che lo calcoli, sapendo verificare la correttezza del risultato della macchina e sapendolo poi applicare per esempio al calcolo di un integrale definito, che potrà essere ricalcolato, sempre con l'uso della calcolatrice, mediante approssimazione.
- **Secondo esempio:** non insegnare tanto la geometria razionale come importante esempio di sistema ipotetico deduttivo, quanto utilizzarla per calcolare misure, anticipando nella sostanza i concetti della trigonometria. *La geometria greca è nata dai problemi di misura* e solo in un secondo tempo è stata assiomaticizzata e si sono ottenuti i "bellissimi" teoremi ad opera dei matematici. La trigonometria è geometria razionale applicata, non ha senso separarle, una giustifica l'altra. Le varie formule trigonometriche non sono altro che la necessità di fare dei conti in assenza di calcolatrici o di strumenti matematici più potenti come l'espansione in serie.
- **Il laboratorio matematico.** Riassumendo, *trasformare la lezione di matematica in un laboratorio di matematica* in cui gli studenti abbiano la possibilità di lavorare concretamente con gli "attrezzi matematici". Non si può imparare matematica se non si fa matematica, a qualsiasi livello; sta quindi al docente proporre agli studenti compiti adatti alle loro capacità, a partire, come già detto, da un lavoro di scoperta e di giustificazione a base di esempi e verifiche per arrivare alle prime scoperte teoriche con tanto di dimostrazione per gli studenti più motivati e capaci: non è obbligatorio diventare dei bravi matematici, ma è importante essere in grado di capire l'importanza della matematica per le applicazioni e di maneggiarne con sufficiente facilità le tecniche di base.
- **Una Scuola a tempo pieno.** Uno degli aspetti più delicati del processo di apprendimento è sicuramente *il momento dell'elaborazione "personale"*. In effetti il problema sta nel fatto che molto spesso questa elaborazione non è proprio "personale", ma piuttosto familiare o, in alcuni casi, "personalmente" assistita da qualche esperto professionista. Questo aspetto non è caratteristico solo della Scuola superiore, ma riguarda, purtroppo, tutto l'arco scolastico ad iniziare dal primo anno di Scuola elementare. Molto spesso,

infatti, il motivo per cui un bambino non rende adeguatamente è proprio la mancanza di un appoggio tecnico familiare (e non morale o affettivo sia chiaro) o extrascolastico, appoggio su cui normalmente gli studenti di successo possono contare. Il problema è estremamente grave e la soluzione non è affatto semplice, occorre però che la Scuola si renda conto che è un problema reale e discriminante, che sfavorisce in partenza i ragazzi "culturalmente" non protetti. È un problema inoltre la cui soluzione richiede grandi investimenti poiché ritengo che essa non sia realizzabile se non nell'ambito di una Scuola "a tempo pieno". Consapevole di una tale difficoltà, ritengo anche che la Scuola non sia un organismo astratto e che ogni singolo docente possa portare un suo piccolo contributo indipendente in questo grande processo di trasformazione. Propongo quindi che l'insegnante di matematica tenga fortemente in considerazione questo aspetto e che misuri di conseguenza le sue richieste in base alle possibilità effettive dello studente che non può contare su un supporto extrascolastico. È chiaro che il problema è anche strettamente intrecciato con tutto l'aspetto del "recupero", che molto spesso viene affrontato nelle Scuole superiori semplicemente mediante una settimana appositamente dedicata. Il problema è però a monte ed occorre che la Scuola si riorganizzi per fornire agli studenti in difficoltà gli strumenti a loro necessari. Non è questa l'occasione adatta per discutere su quali debbano o possano essere tali strumenti; sicuramente strumenti e metodi diversi potrebbero risultare ugualmente utili. Ciò che invece ritengo di poter ribadire è che, secondo me, non è possibile trovare una soluzione al di fuori di un ambiente di sviluppo adatto e che tale ambiente è per me univocamente identificabile con il concetto di Scuola a tempo pieno. In un momento in cui vengono meno molti dei riferimenti classici e collaudati, come la famiglia, il buon vicinato, l'oratorio, la Scuola non può fare a meno di diventare uno tra i momenti di riferimento più importanti, un momento sociale protetto in contrapposizione con i sempre più frequenti momenti individuali (non protetti) che tendono ad estraniare il ragazzo che cresce dal contesto sociale e culturale. Non è nulla di tanto astruso o rivoluzionario: *penso ad una Scuola che coinvolga pienamente la vita del ragazzo, come un college immerso e integrato nel contesto sociale*, a differenza del classico college isolato nel suo ambiente più o meno esclusivo. Vorrei osservare tra l'altro che un'esperienza di tale tipo è già positivamente attuata da anni nei Convitti Nazionali italiani ad ogni livello di Scuola, mediante l'istituzione della figura dello studente semiconvittore. Ma ora è il caso di fermarsi, un discorso di tale portata merita sicuramente un ambito più generale. Conosco perfettamente inoltre quante siano le difficoltà su questa strada, ma il fatto che un insegnante di matematica ponga all'attenzione dei colleghi e delle Istituzioni problematiche di questo tipo, anche se non cambierà sicuramente la Scuola, potrebbe contribuire a cambiare la considerazione della società nei confronti dei matematici e, cosa più importante, della matematica.

- **L'educazione matematica.** L'insegnante di matematica è, al pari di ogni altro docente, prima di tutto un educatore, un "formatore". In quale senso? Il termine educatore fa normalmente pensare all'educatrice di un collegio svizzero o al dispensatore di buoni consigli o sentimenti o magari al consulente di buone maniere. Niente di più lontano dal mio pensiero. Per quanto mi riguarda educare significa, appunto, formare e quindi specificamente operare al fine di *favorire lo sviluppo del senso critico nell'individuo*, aiutare il ragazzo a conoscere le proprie capacità, le proprie attitudini, per indirizzarlo verso una scelta (di studio e) di vita consapevole. È fondamentale che l'insegnante di matematica, molto spesso avvertito come "nemico" dallo studente, si senta a maggior ragione coinvolto, da "educatore matematico", nel compito di stimolare lo studente a scoprirsi, sfruttando le molteplici sfaccettature culturali di cui è ricca la matematica, le sue strette "affinità elettive" con il bello (musicale e artistico in senso lato), con la filosofia, con la storia, con il linguaggio, la poesia, e, perché no, con la sua stessa intrinseca difficoltà e gli aspetti psicologici ad essa collegati (consiglio per questo aspetto la lettura del bel libro di S. Tobias in bibliografia). Per esempio potrebbe essere estremamente interessante e decisamente fuori dall'ordinario, il coinvolgimento dell'insegnante di matematica nella preparazione di una rappresentazione teatrale con qualche venatura matematica di soggetto o di personaggi e magari anche nel suo allestimento scenografico (frattali spettacolari o sculture matematiche o ...).
- Un approfondimento a parte merita poi, secondo me, il rapporto tra l'apprendimento matematico e scientifico più in generale e lo sviluppo nello studente della coscienza civica e sociale, nonché dei meccanismi base di autodifesa dell'equilibrio psicofisico della propria persona. Tra i vari argomenti, anche questi decisamente inconsueti per un insegnante di matematica, che riterrei importante approfondire e che forniscono preziosi spunti per collaborazioni multidisciplinari, voglio ricordare:
- *la consapevolezza della responsabilità della guida di un moto/autoveicolo*: sarebbe veramente utile ed interessante utilizzare gli innumerevoli dati e statistiche a disposizione, per dimostrare ai ragazzi quanto sia gravoso di conseguenze, per sé e per gli altri, un comportamento irresponsabile durante la guida. La Fisica potrebbe aiutare a chiarire per esempio quali sono le grandezze in gioco nella dinamica di un incidente ed a tenere ben presente quanto sia facile trasformare il proprio veicolo in una vera e propria arma offensiva.

- *informazione e media*: ritengo che sarebbe interessante per i ragazzi valutare criticamente la credibilità delle statistiche e delle informazioni scientifiche diffuse dai media e le innumerevoli implicazioni psicologiche e sociali che questa informazione, spesso troppo imprecisa, determina.
- *pubblicità*: analizzare il messaggio più o meno occulto che traspare dallo spot pubblicitario e le sue conseguenze a livello psicofisico (tra le più gravi: l'anoressia e la bulimia, ma anche lo stimolo a comprare prodotti sostanzialmente inutili se non dannosi: creme varie, ecc.). In questo ambito sarebbe interessante anche approfondire le tecniche pseudo-logiche utilizzate dalla pubblicità per convincere.
- *salute del corpo*: temi ben noti, ma sempre trascurati, come il fumo, l'abuso di alcolici e superalcolici, l'abuso dei cellulari e la mania degli SMS, il sesso irresponsabile, per poi arrivare all'uso di droghe e del doping per gli "sportivi", possono dare molti spunti all'insegnante di matematica e di scienze per un'attività congiunta e di sicura presa tra i ragazzi. L'analisi dei costi personali e sociali causati da scelte di vita pericolose può essere un buono stimolo per fare della matematica e imparare un po' di scienza applicata.
- *salute della mente*: il mondo del mistero e del paranormale rischia di essere estremamente stuzzicante per un ragazzo, parlarne analizzando i vari aspetti con gli strumenti scientifici può essere di grande aiuto per evitare brutte sorprese. Per saperne di più suggerisco di consultare il sito web del CICAP (Comitato Italiano per il Controllo delle Affermazioni sul Paranormale) <http://www.cicap.org>.

*Troppo spesso l'insegnante di matematica, e più in generale quello di scienze, viene visto come un tecnico, un esperto da rispettare (forse da temere), ma privo di un reale "spessore culturale", ed alle volte, cosa ben più grave, addirittura privo di una sensibilità "umana". È importante invece che lo studente capisca che la matematica (la scienza) è un'avventura entusiasmante ed intellettualmente ricca di stimoli al pari delle materie "umanistiche" o della psicologia. Lo studio delle materie scientifiche completa ed arricchisce la formazione dell'individuo nel suo significato più profondo, è importante quindi che il docente di matematica interagisca attivamente con i suoi colleghi delle diverse discipline, certamente come matematico, ma soprattutto da uomo o donna di cultura. La mia speranza è che un tale atteggiamento contribuisca a creare una nuova e positiva disposizione mentale verso la scienza e faccia sì che molti dei bravi studenti che oggi, pur avendo seguito studi superiori scientifici, scelgono poi studi universitari di tipo umanistico¹, possano invece in un prossimo futuro essere sempre più attratti consapevolmente dalla *bellezza e ricchezza culturale degli studi scientifici*.*

[...]