#### Apprendimento basato sui problemi in Matematica

(liberamente tradotto, a cura di Chiara Trapasso, da "Problem-based Learning in Mathematics" ERIC Digest, aprile 2003; http://www.ericdigests.org/2004-3/math.html)

L'apprendimento basato sui problemi (Problem-Based Learning - PBL) descrive quel modo di imparare nel quale i problemi guidano l'apprendimento. Cioè, l'apprendimento ha inizio con un problema da risolvere che è proposto in modo tale che gli studenti abbiano necessità di acquisire nuove conoscenze prima di poterlo risolvere. Piuttosto che cercare un'unica risposta corretta, gli studenti interpretano il problema, raccolgono le informazioni necessarie, identificano le possibili soluzioni, valutano le opzioni e presentano le conclusioni. Coloro che propongono il *problem solving* in matematica insistono nel dire che gli studenti diventano dei buoni risolutori di problemi se vivono (e imparano!) la matematica come una scoperta.

I successi raggiunti dagli studenti nel gestire le loro conoscenze li aiutano anche a risolvere bene i problemi matematici<sup>1</sup>. Il PBL è quindi una strategia di gruppo che organizza l'istruzione matematica attorno ad attività basate sulla risoluzione di problemi e offre agli studenti maggiori opportunità per pensare criticamente, presentare le proprie idee originali e comunicare matematica ai compagni<sup>2</sup>.

# PBL e "problem solving"

Poiché il PBL comincia con un problema da risolvere, gli studenti che lavorano in quest'ambito devono diventare abili a risolvere problemi e a pensare in modo creativo e critico. Purtroppo le capacità dei ragazzi giovani nel *problem-solving* sembrano gravemente sottovalutate. Così come risolvono normalmente i problemi di addizione e sottrazione attraverso una modellizzazione diretta, i bambini della scuola dell'infanzia possono risolvere sia problemi di base sulla moltiplicazione che una gamma ragionevolmente ampia di problemi modellizzando direttamente le azioni e le relazioni raccontate nel problema.

Questi risultati sono in contrasto con le conclusioni di precedenti ricerche secondo le quali le strutture dei problemi che coinvolgono operazioni di moltiplicazione e divisione sono più complesse di quelle dei problemi con addizione e sottrazione. Questo studio infatti mostra che anche i bambini della scuola dell'infanzia possono capire problemi matematici più complessi di quelli proposti dalla maggior parte dei curricula matematici. Il PBL applicato all'insegnamento della matematica potrebbe fornire ai giovani studenti maggiori opportunità per pensare criticamente, per utilizzare le proprie idee originali e per parlare di matematica tra compagni.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Cfr. A.H. Schoenfeld, 1998, Mathematical problem solving, New York, Academic Press, 1985;

J. Boaler, "Open and closed mathematics: student experiences and understandings", *Journal for Research on Mathematics Education*, 29 (1), pp. 41-62

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Cfr. S. Krulik, 1999, J.A. Rudnick, "Innovative tasks to improve critical - and creative – thinking skills", in: I.V. Stiff (a cura di), *Developing mathematical reasoning in grades K-12*, Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics, pp. 138-145;

H. Lewellen, M.G. Mikusa, 1999, "Now here is that authorithy on matehnatics reforma, Dr Constructivist!", *The Mathematics Teacher*, 92 (2), pp. 158-163;

D.K. Erickson, 1999, "A problem-based approach to mathematics instruction, *Mathematics Teacher*, 92 (6), pp. 516-521:

T. Carpenter, T. Ansell, E. Franke et al., 1993, "Models of problem solving: A study of kindergarten children's problem solving processes", *Journal for Research on Mathematics Education*, 24 (5), pp. 428-441;

J. Hiebert, T.P. Carpenter, E. Fennema, K. Fuson, P. Human, H. Murray, A. Olivier, D. Wearne, 1996, Problem solving as a basis for reform in curriculum and instruction: the case of Mathematics, *Educational Researcher*, pp. 12-18;

J. Hiebert, T.P. Carpenter, E. Fennema, K. Fuson, P. Human, H. Murray, A. Olivier, D. Wearne, 1997, Making mathematics problematic: a rejoinder to Prawat and Smith, *Educational Researcher*, 26 (2), pp. 24-26

### PBL e costruttivismo

L'efficacia del PBL dipende sia dalle caratteristiche dello studente e dal livello culturale della classe che dalle richieste dei problemi utilizzati.

Coloro che propongono il PBL credono che nel momento in cui gli studenti sviluppano i metodi per costruire le proprie procedure, essi stiano integrando la loro conoscenza concettuale con la loro abilità procedurale.

Le limitazioni del tradizionale metodo di insegnamento della matematica sono legate al fatto che esso è focalizzato sull'insegnante e che trasmette un tipo di matematica "nozionistica" presentata a studenti che non sono ricettivi alle idee. In tali situazioni gli studenti sono indotti a imitare le procedure senza averne una comprensione concettuale profonda. Quando i risultati matematici o le abilità procedurali sono insegnati prima che gli studenti abbiano concettualizzato il loro significato, il pensiero creativo degli studenti tende ad essere represso dall'istruzione. Ad esempio, l'algoritmo standard dell'addizione viene da sempre insegnato senza essere considerato dannoso per la comprensione dell'aritmetica e viene anzi considerato utile per aumentare la conoscenza matematica degli studenti. Kamii e Dominick (1998) e Baek (1998) hanno mostrato, tuttavia, che ciò non accade: gli studenti che avevano imparato l'algoritmo standard dell'addizione sembravano fare più errori di calcolo rispetto agli studenti che non hanno mai imparato l'algoritmo standard dell'addizione, ma ne hanno creato uno loro.

# La comprensione dello studente nell'ambito del PBL

Il metodo del PBL appare diverso da una tipica lezione che generalmente si considera buona, nella quale le classi sono ben gestite e gli studenti prendono voti alti su quesiti standard. In effetti questo tipo di istruzione convenzionale non permette agli studenti di sviluppare buone capacità di ragionamento matematico. Invece di giungere ad una conoscenza profonda della matematica e della sua natura, gli studenti che seguono lezioni convenzionali tendono ad imparare inappropriate e controproducenti concettualizzazioni della natura della matematica. Agli studenti è permesso solo di seguire istruzioni guidate ed ottenere risultati esatti, ma non di ricercare la comprensione della matematica. Di conseguenza l'apprendimento è mirato soltanto ad ottenere buoni risultati nei test di valutazione. Ironicamente alcuni studi dimostrano che gli studenti educati con un metodo basato sul sistema tradizionale di apprendimento ottengono peggiori risultati sia nei quesiti standard sia nei problemi che trattano situazioni reali rispetto agli studenti che imparano la matematica mediante l'approccio basato sui problemi<sup>3</sup>.

In contrasto al metodo della lezione convenzionale, il metodo PBL fornisce agli studenti l'opportunità di sviluppare la loro capacità ad adattare i metodi a nuove situazioni. Gli studenti istruiti nei tradizionali ambienti di educazione matematica sono preoccupati degli esercizi, delle regole e delle equazioni che devono essere apprese ma che sono di uso limitato nelle situazioni poco familiari come i test sperimentali. Invece gli studenti istruiti con il PBL hanno più opportunità di imparare le procedure matematiche associate alla comunicazione, alla rappresentazione, alla modellizzazione e al ragionamento<sup>4</sup>.

## Il ruolo degli insegnanti nell'ambito del PBL

Nel PBL, le abilità degli insegnanti giocano un ruolo molto più importante che nel tradizionale metodo di insegnamento centrato sull'insegnante. Oltre a presentare agli studenti le conoscenze

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Cfr. Boaler, 1998 in Nota 1

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Cfr. Erickson, 1999 in Nota 2 e anche:

C.M. Smith, 1998, "A Discourse on discourse: wrestling with teaching rational equations", *The Mathematics Teacher*, 91 (9), pp. 749-753;

S.T. Lubienski, 1999, "Problem-centered mathematics teaching, *Mathematics teaching in Middle School*, 5 (4), pp. 250-255

matematiche, gli insegnanti nel PBL devono fare in modo che gli studenti sappiano usare le loro conoscenze negli ambiti applicativi.

Innanzitutto, dunque, gli insegnanti che operano nell'ambito del PBL dovrebbero avere una conoscenza profonda della matematica che li metta in grado di guidare gli studenti ad applicare le conoscenze in varie situazioni difficili. Gli insegnanti che hanno una scarsa competenza matematica possono contribuire all'insuccesso dello studente nel PBL. Se non possiedono una profonda competenza matematica, gli insegnanti non possono scegliere lavori appropriati per educare gli studenti alle strategie del *problem-solving* e neppure hanno la capacità di progettare appropriate attività di classe basate sui problemi<sup>5</sup>.

Inoltre, è importante che gli insegnanti che lavorano nel PBL sviluppino una maggiore quantità di abilità pedagogiche. Gli insegnanti che perseguono un'istruzione basata sui problemi devono non solo provvedere alla conoscenza matematica dei loro studenti, ma devono anche sapere condurre gli studenti ad applicare a nuove situazioni le loro conoscenze. Cambiare il ruolo da insegnante a conduttore di lezioni basate sui problemi rappresenta una sfida per chi non ha dimestichezza con il PBL<sup>6</sup>. Clarke<sup>7</sup> nel 1997 dichiara che solo gli insegnanti che si accorgono che gli esercizi associati al PBL giovano al loro stesso sviluppo professionale risultano fortemente motivati nel gestire l'istruzione della classe con il metodo PBL.

Gli insegnanti di matematica imparano in maniera più facile a gestire il metodo PBL quando comprendono che cambiare il ruolo dell'insegnante quando ci si prepara per il PBL è un'opportunità per facilitare la crescita professionale<sup>8</sup>.

#### Conclusioni

Nell'implementazione del PBL le abilità degli insegnanti diventano molto importanti dal momento che essi accettano maggiori responsabilità oltre a quelle legate alla presentazione della conoscenza matematica. Oltre ad acquisire la competenza negli algoritmi e a confrontarsi con le basi della matematica, gli studenti istruiti con il PBL devono imparare una varietà di processi matematici e abilità correlate alla comunicazione, alla rappresentazione, alla modellizzazione e al ragionamento. Preparare i docenti al loro ruolo di gestori di PBL presenta nuove sfide sia agli insegnanti di matematica principianti che a quelli con esperienza.

<sup>&</sup>lt;sup>5</sup> Cfr. R.S. Prawat, 1997, "Problematizing Dewey's views of problem solving: a reply to Hiebert et al.", *Educational Researcher*, 26 (2), pp. 19-21;

J.P. Smith, 1997, "Problems with problematizing mathematics: a reply to Hiebert et al.", *Educational Researcher*, 26 (2), pp. 22-24

<sup>&</sup>lt;sup>6</sup> Cfr. Lewellen, Mikusa, 1999 in Nota 2

<sup>&</sup>lt;sup>7</sup> D.M. Clarke, 1997, "The changing role of the mathematics teacher", *Journal for Research on Mathematics Education*, 28 (3), pp. 278-308

<sup>&</sup>lt;sup>8</sup> Cfr. Clarke, 1997 nella Nota precedente