

# GIOCHI MATEMATICI 2008

## III TAPPA – Aritmetica modulare – 22 gennaio 2008

### SOLUZIONI CLASSE SECONDA MEDIA

**1)** Nel fregio continuano a ripetersi gli stessi 10 simboli: 4 clessidre, 3 fiocchi di neve e 3 soli. Dato che  $1524=152 \times 10 + 4$ , in corrispondenza del numero 1524 ci sarà una clessidra.

(Dato che  $37=3 \times 10 + 7$ , il 37-esimo disegno sarà uguale al settimo e quindi sarà un fiocco di neve.)

**2)** La macchina risponderà "CLESSIDRA" ogni volta che si inserisce un numero che finisce per 1, o 2, o 3, o 4 (cioè che dà resto 1, o 2, o 3, oppure 4 quando viene diviso per 10); risponderà "FIOCCO DI NEVE" ogni volta che si inserisce un numero che finisce per 5, o 6, o 7 (cioè che dà resto 5, o 6, oppure 7 quando viene diviso per 10); risponderà "SOLE" ogni volta che si inserisce un numero che finisce per 8, o 9, o 0 (cioè che dà resto 8, o 9, oppure 0 quando viene diviso per 10).

**3)** Se il fregio è composto da 8724 disegni il modulo costituito dai primi 10 simboli si ripete 872 volte e in più ci sono i primi 4 simboli (4 clessidre); perciò le clessidre sono 3492 ( $=872 \times 4 + 4$ ), i fiocchi di neve sono 2616 ( $=872 \times 3$ ) e così pure i soli.

**4)** Fra i primi 10 simboli che si ripetono, la clessidra occupa il primo, il secondo, il terzo e il quarto posto; perciò la 15-esima clessidra si troverà nella quarta ripetizione ( $15=4 \times 3 + 3$ ), al posto contrassegnato dal numero 33.

**5)** Ci sono 3 soli ogni 10 disegni e, dato che  $712=3 \times 237 + 1$ , ci sono 2370 disegni per i primi 711 ( $=3 \times 237$ ) soli; il 712-esimo sole si trova nella sequenza successiva, e il primo sole di questa sequenza è all'ottavo posto, quindi il numero corrispondente al 712-esimo sole è 2378.

**6)** Se si inserisce nella macchina il numero  $k$  e l'oggetto "CLESSIDRA", la macchina comincerà a dividere  $k$  per 4. Ci sono quattro possibilità:

- se  $k$  è un multiplo di 4, allora  $k=4q$  e la  $k$ -esima clessidra si trova al posto  $10q-6=10(q-1)+4$ ;
- se  $k$  ha resto 1 quando lo si divide per 4, cioè  $k=4q+1$ , la  $k$ -esima clessidra si trova al posto  $10q+1$ ;
- se  $k$  ha resto 2 quando lo si divide per 4, cioè  $k=4q+2$ , la  $k$ -esima clessidra si trova al posto  $10q+2$ ;
- se  $k$  ha resto 3 quando lo si divide per 4, cioè  $k=4q+3$ , la  $k$ -esima clessidra si trova al posto  $10q+3$ .

Se si inserisce nella macchina il numero  $k$  e l'oggetto "FIOCCO DI NEVE", la macchina comincerà a dividere  $k$  per 3. Ci sono tre possibilità:

- se  $k$  è un multiplo di 3, allora  $k=3q$  e il  $k$ -esimo fiocco di neve si trova al posto  $10q-3=10(q-1)+7$ ;
- se  $k$  ha resto 1 quando lo si divide per 3, cioè  $k=3q+1$ , il  $k$ -esimo fiocco di neve si trova al posto  $10q+5$ ;
- se  $k$  ha resto 2 quando lo si divide per 3, cioè  $k=3q+2$ , il  $k$ -esimo fiocco di neve si trova al posto  $10q+6$ .

Se si inserisce nella macchina il numero  $k$  e l'oggetto "SOLE", la macchina comincerà a dividere  $k$  per 3. Ci sono tre possibilità:

- se  $k$  è un multiplo di 3, allora  $k=3q$  e il  $k$ -esimo sole si trova al posto  $10q$ ;
- se  $k$  ha resto 1 quando lo si divide per 3, cioè  $k=3q+1$ , il  $k$ -esimo sole si trova al posto  $10q+8$ ;
- se  $k$  ha resto 2 quando lo si divide per 3, cioè  $k=3q+2$ , il  $k$ -esimo sole si trova al posto  $10q+9$ .